1. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ

Общие сведения

Жидкость – это материальная среда (вещество), обладающая свойством текучести, т.е. способностью неограниченно деформироваться под действием приложенных сил. Данное свойство обусловлено диффузией молекул, благодаря чему жидкость не имеет собственной формы и принимает форму того сосуда, в котором она находится.

Жидкости подразделяют на две группы: капельные – практически не сжимаемые и газообразные – легко сжимаемые. Газообразные жидкости, в отличие от капельных, не имеют свободной поверхности – поверхности раздела между жидкостью и газообразной средой.

Для упрощения рассматриваемых явлений и вывода ряда закономерностей в гидравлике, как и в механике твёрдого тела, вводят ряд допущений и гипотез, т.е. прибегают к модельной жидкости. В гипотезе сплошной среды жидкость рассматривается как непрерывная сплошная среда (континуум), полностью занимающая все пространство без разрывов и пустот. Правда, эта гипотеза не пригодна при изучении сильно разреженных газов и кавитации [1], но она позволяет рассматривать все механические характеристики жидкости (плотность, скорость движения, давление) как функции координат точки в пространстве и во времени. Следовательно, любая функция, которая характеризует состояние жидкости, непрерывна и дифференцируема, т.е. при решении задач гидравлики можно использовать математические зависимости и ЭВМ.

Плотность жидкости ρ – масса m единицы объёма V однородной жидкости:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (1.1)$$

Размерность $[\rho] = L^{-3} M$, где L, M – обобщенные обозначения единиц длины и массы. Единицей плотности в системе СИ является кг/м^3.

Значения плотности наиболее распространенных жидкостей приведены в прил. 1. Иногда в справочниках приводится относительная плотность вещества.

Относительная плотность δ – отношение плотности рассматриваемого вещества к плотности стандартного вещества в определенных физических условиях:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{ст}}. \qquad (1.2)$$

В качестве стандартного вещества принимают: для твёрдых тел и капельных жидкостей – дистиллированную воду плотностью 1000 кг/м^3 при температуре 277 К (4 °С) и давлении 101,3 кПа (760 мм рт. ст.); для газов – атмосферный воздух плотностью 1,2 кг/м^3 при температуре 293 К (20 °С), давлении 101,3 кПа и относительной влажности 50 % (стандартные условия) [2].

Для измерения плотности служат приборы: пикнометры, ареометры.

Сжимаемость – способность жидкости изменять свой объём V, а следовательно, и плотность при изменении давления p и (или) температуры t.

Плотность капельных жидкостей при температуре и давлении, отличных от начальных,

$$\rho = \frac{\rho_0}{\left(1 + \beta_t \Delta t - \beta_p \Delta p\right)}, \qquad (1.3)$$

где ρ_0 – плотность жидкости при начальных температуре и давлении; β_t и β_p – коэффициенты температурного расширения и объёмного сжатия, представляющие собой относительные изменения объёма жидкости ΔV при изменении соответственно температуры Δt или давления Δp на одну единицу (коэффициенты приведены в прил. 1 при начальных условиях),

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta t}; \qquad (1.4)$$

$$\beta_p = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p}. \qquad (1.5)$$

Знак «минус» в формуле указывает на то, что при увеличении давления объем жидкости уменьшается

Величина, обратная β_p, называется объёмным модулем упругости жидкости:

$$E = \frac{1}{\beta_p}. \qquad (1.6)$$

Значения коэффициентов β_t и β_p, а также модуля упругости E наиболее распространенных жидкостей приведены в прил. 1. При температуре

20 °С средние значения для воды $\beta_t = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ ^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}\ \text{Па}^{-1}$, для минеральных масел, применяемых в гидроприводах, $\beta_t = 7 \cdot 10^{-4}\ ^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\beta_p = 6 \cdot 10^{-10}\ \text{Па}^{-1}$. При решении многих практических задач изменением плотности капельных жидкостей при изменении температуры и давления обычно пренебрегают (за исключением задач о гидравлическом ударе, устойчивости и колебании гидравлических систем и других, в которых приходится учитывать сжимаемость жидкости, а также ряда тепловых расчётов, в которых необходим учёт изменения температуры жидкости).

Плотность газообразных жидкостей (газов) в значительной степени зависит от температуры и давления. Используя известное уравнение Клапейрона–Менделеева (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{m_\mu} R_\mu T, \tag{1.7}$$

или

$$pV_\text{у} = RT, \tag{1.8}$$

или

$$\frac{p}{\rho} = RT, \tag{1.9}$$

где p – абсолютное давление; V – объём; m – масса; m_μ – молярная масса; R_μ – универсальная газовая постоянная, равная 8,314 Дж/(моль · К); T – абсолютная температура; $V_\text{у} = \frac{V}{m}$ – удельный объём; $R = \frac{R_\mu}{m_\mu}$ – газовая постоянная (для воздуха R = 286 Дж/(кг · К), для метана R = 518 Дж/(кг · К)),

можно установить зависимость плотности газа от температуры и давления:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}, \tag{1.10}$$

где ρ и ρ_0 – плотности газа соответственно при новых давлении p и температуре T и начальных давлении p_0 и температуре T_0.

В состоянии покоя характерным параметром сжимаемости жидкости служит скорость распространения в ней звуковых колебаний (скорость звука)

$$C_\text{зв} = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{1.11}$$

где Δp – приращение давления; $\Delta\rho$ – приращение плотности жидкости.

При температуре воды $t = 10$ °С и модуле упругости $E = 2{,}03 \cdot 10^9$ Па скорость звука в воде

$$C_{зв} = \sqrt{\frac{2{,}03 \cdot 10^9}{1000}} = 1425 \text{ м/с}.$$

Чем больше скорость звука, тем меньше сжимаемость жидкости и наоборот [3].

Для движущейся жидкости её сжимаемость оценивают числом Маха, т.е. отношением скорости потока υ к скорости звука $C_{зв}$:

$$M = \frac{\upsilon}{C_{зв}}. \qquad (1.12)$$

Если скорость движения жидкости мала по сравнению со скоростью распространения в ней звука, т.е. число Маха значительно меньше единицы, то, независимо от абсолютного значения скорости звука, капельную жидкость при таком движении считают практически несжимаемой.

Растворимость – способность жидкости поглощать и растворять газы. Объём газа, растворённого в капельной жидкости,

$$V_г = kV_ж \frac{p_2}{p_1}, \qquad (1.13)$$

где $V_г$ – объём газа при начальном давлении p_1; $V_ж$ – объём жидкости при конечном давлении p_2; k – коэффициент растворимости (например, при $t = 20$ °С коэффициент растворимости воздуха в воде равен 0,016; в минеральном масле – 0,08...0,1).

Местное понижение давления в каком-нибудь узле гидросистемы (во всасывающих линиях насосов, в местных сопротивлениях с высокими скоростями потоков) влечёт за собой выделение в этом месте газа в виде мельчайших пузырьков и образование пены, которая может появляться также при засасывании воздуха в гидросистему через неплотности или при перемешивании жидкости в резервуаре (баке). Наличие газа, и особенно пены, уменьшает плотность рабочей жидкости, увеличивает её сжимаемость, нарушает сплошность потока и нормальную работу гидросистем.

Обычно в рабочей жидкости при работе гидропривода содержится до 6 % нерастворённого воздуха (по объёму); после отстаивания в течение суток содержание воздуха уменьшается до 0,01…0,02 % [4]. При давлении до 0,5 МПа в результате влияния нерастворённого воздуха модуль упругости рабочей жидкости резко снижается, поэтому в гидросистемах рекомендуется иметь подпор в сливных линиях.

Испаряемость жидкостей характеризуется давлением насыщенных паров. Давлением насыщенных паров считают то абсолютное давление, при котором жидкость закипает при данной температуре. Следовательно, минимальное абсолютное давление, при котором вещество находится в жидком состоянии, равно давлению насыщенных паров $p_{н.п}$, величина которого зависит от рода жидкости и её температуры.

Парообразование – свойство капельных жидкостей изменять своё агрегатное состояние на газообразное. Парообразование, происходящее лишь на поверхности капельной жидкости, называется испарением. Парообразование по всему объёму жидкости называется кипением, оно происходит при определённой температуре, зависящей от давления [5].

При давлении в жидкости, равном давлению насыщенного пара $p_{н.п}$ при данной температуре, происходит изменение состава жидкости, в ней образуются пузырьки и даже полости, наполненные паром и растворённым газом. Пузырьки при достижении свободной поверхности жидкости лопаются, пар улетучивается – происходит ***кипение жидкости***.

В жидкости, находящейся в замкнутом пространстве без свободной поверхности, пузырьки пара и газа остаются в ней, и при превышении давления насыщенного пара снова происходит качественное изменение – пар конденсируется, газы растворяются в капельной жидкости. Происходит смыкание полостей (пузырьков), что вызывает рост давления (до нескольких МПа), сопровождающийся характерным шумом. Это явление называется ***кавитацией***.

Кавитация в гидроприводах явление крайне вредное, вызывает шум, вибрацию и эрозию (разрушение) стенок труб и проточных частей гидромашин.

Капиллярность – способность капельной жидкости, находящейся в трубке малого диаметра (капилляре), подниматься выше свободной поверхности в резервуаре (рис. 1.1, *а*), образуя вогнутый мениск, если жидкость смачивает стенки трубы, или опускаться ниже свободной поверхности (рис. 1.1, *б*), образуя выпуклый мениск, если жидкость не смачивает стенки трубки. Эта способность обусловлена её поверхностным натяжением и молекулярными силами взаимодействия между жидкостью и стенками трубки.

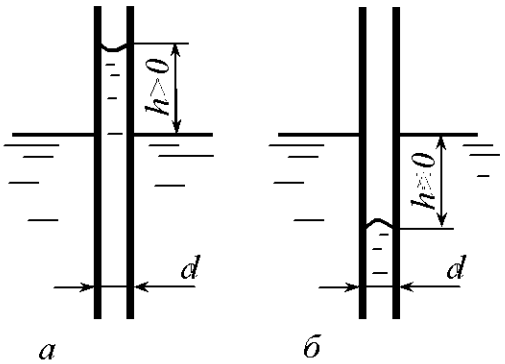


Рис. 1.1

Высота поднятия или опускания жидкости в трубке, мм,

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{k}{d}, \qquad (1.14)$$

где σ – поверхностное натяжение; ρ – плотность жидкости; $d = 2r$ – внутренний диаметр трубки, мм; $k = \frac{4\sigma}{\rho g}$ – постоянная для каждой конкретной жидкости: для воды $k = +30$ мм^2, для спирта $k = +11{,}5$ мм^2, для ртути $k = -10$ мм^2.

Вследствие поверхностного натяжения жидкость, имеющая криволинейную поверхность, испытывает дополнительное давление

$$p_{\text{пов}} = \rho g h = \frac{2\sigma}{r}.$$

Высоту подъёма (или опускания) жидкости между параллельными стеклянными пластинами, расстояние между которыми a (мм), можно определить по формуле

$$h = \frac{k}{2a}. \qquad (1.15)$$

Вязкость – свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению (сдвигу) одной его части относительно другой.

Если предположить, что поток состоит из отдельных слоев бесконечно малой толщины dy (рис. 1.2), то скорости этих слоев будут изменяться по некоторому закону от нулевого значения у дна до максимального значения у поверхности. Пусть скорости соседних слоев равны u и $u + du$.

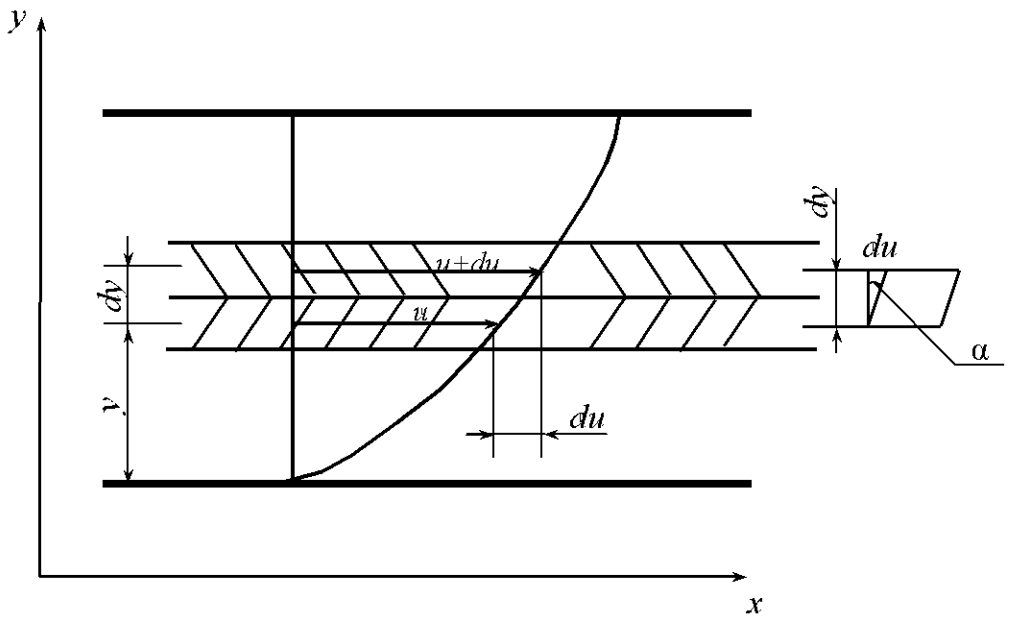


Рис. 1.2

В прямолинейном движении du можно рассматривать как скорость деформации, а приращение скорости du, соответствующее приращению координаты dy (называемое градиентом скорости), как угловую скорость деформации $\frac{du}{dy} = \mathrm{tg}\alpha$.

Сила внутреннего трения F, возникающая между двумя слоями движущейся прямолинейно жидкости, прямо пропорциональна площади поверхности S соприкасающихся слоев, градиенту скорости $\frac{du}{dy}$, а также зависит от рода жидкости и температуры:

$$F = \pm\mu S \frac{du}{dy}, \qquad (1.16)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, зависящий от рода жидкости и температуры.

Касательное напряжение в жидкости

$$\tau = \lim_{S \to 0} \frac{F}{S} = \pm\mu \frac{du}{dy}. \qquad (1.17)$$

Так как F и τ всегда положительны, то выражения (1.16) и (1.17) имеют знак «плюс», если $\frac{du}{dy}$ положительно, и знак «минус», если $\frac{du}{dy}$ отрицательно.

Динамический коэффициент вязкости численно равен касательному напряжению τ при градиенте скорости $\frac{du}{dy} = 1$, т.е. имеет вполне определенный физический смысл и полностью характеризует вязкость жидкости. Размерность $[\mu] = \mathrm{L^{-1}MT^{-1}}$ (Т – обозначение времени). Единица динамического коэффициента вязкости в системе СИ – паскаль · секунда (Па · с). Также применяют пуаз (П):

$$1\ \text{П} = 1\ \text{г/(см} \cdot \text{с)} = 1\ \text{дин} \cdot \text{с/см}^2 = 0{,}1\ \text{Па} \cdot \text{с}.$$

При выполнении технических расчётов в гидравлике используют кинематический коэффициент вязкости ν, представляющий собой отношение динамического коэффициента вязкости жидкости μ к ее плотности ρ:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \qquad (1.18)$$

Размерность $[\nu] = L^2T^{-1}$. Единица кинематического коэффициента вязкости в системе СИ – м^2/с. Также применяют стокс (Ст) и сантистокс (сСт):

$$1\ \text{Ст} = 1\ \text{см}^2/\text{с} = 10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с};\ 1\ \text{сСт} = 1\ \text{мм}^2/\text{с} = 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Значения динамического и кинематического коэффициентов вязкости приведены в прил. 1.

Для определения вязкости применяют приборы, называемые вискозиметрами. Вязкости жидкостей, более вязких, чем вода (масла, нефтепродукты и др.), определяют вискозиметром Энглера (рис. 1.3), состоящим из двух сосудов, пространство между которыми заполнено водой для поддержания требуемой температуры. В сферическом дне внутреннего сосуда 1 укреплена трубка 2 малого диаметра, выведенная через дно наружного сосуда 3. Отверстие в трубке в нормальном положении закрыто клапаном 4. Во внутренний сосуд до определённого уровня наливают испытываемую жидкость 5 и с помощью нагревательного устройства подогревают воду 6 в наружном сосуде. Повышение температуры воды вызывает повышение температуры испытываемой жидкости до требуемого значения температуры t, которое фиксируется термометром 7. После этого клапан открывают и с помощью мерной колбы и секундомера замеряют время истечения 200 см^3 испытываемой жидкости. Аналогичный опыт проводят с дистиллированной водой при температуре t = 20 °С. Отношение времени истечения испытываемой жидкости $T_{\text{и.ж}}$ к времени истечения дистиллированной воды $T_{\text{д.в}}$ соответствует числу градусов условной вязкости (°ВУ) или градусов Энглера (°Е):

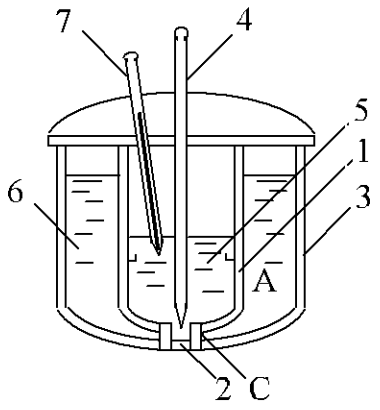


Рис. 1.3

$$^{\circ}\text{ВУ} = {}^{\circ}\text{Е} = \frac{T_{\text{и.ж}}}{T_{\text{д.в}}}. \qquad (1.19)$$

Пересчёт вязкости, выраженной в градусах Энглера, в единицы измерения СИ (м^2/с) производится по формуле

$$\nu = \left(0{,}0731\,^{\circ}\text{ВУ} - \frac{0{,}0631}{^{\circ}\text{ВУ}}\right)10^{-4}. \qquad (1.20)$$

Вязкость зависит от рода жидкости, её температуры и давления (прил. 1). Для расчёта вязкости минеральных масел, применяемых в гидро-

приводах, в интервале значений температур от 30 до 150 °С и вязкости до 10 °ВУ пользуются зависимостью

$$\nu_t = \nu_{50}\left(\frac{50}{t}\right)^n, \qquad (1.21)$$

где ν_t, ν_{50} – кинематический коэффициент вязкости масла соответственно при данной температуре t и температуре 50 °С; n – показатель степени, зависящий от вязкости масла, выраженной в °ВУ, при температуре 50 °С:

°$ВУ_{50}$	1,2	1,5	1,8	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	1,39	1,59	1,72	1,79	1,99	2,13	2,24	2,32	2,42	2,49	2,52	2,56

В интервале давления от 0 до 50 МПа вязкость минеральных масел, применяемых в гидроприводах, изменяется практически линейно и вычисляется по формуле

$$\nu_p = \nu_0(1 + k_p p), \qquad (1.22)$$

где ν_p, ν_0 – кинематические коэффициенты вязкости масла соответственно при давлении p (МПа) и атмосферном; k_p – опытный коэффициент, зависящий от марки масла: для лёгких масел ($\nu < 15 \cdot 10^{-6}$ м^2/с) $k_p = 0{,}02$, для тяжёлых ($\nu > 15 \cdot 10^{-6}$ м^2/с) $k_p = 0{,}03$.

Кинематический коэффициент вязкости воды в зависимости от температуры определяется по формуле

$$\nu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337t + 0{,}000221t^2} 10^{-4} \text{ [м}^2\text{/с]}, \qquad (1.23)$$

где t – температура воды, °С.

Примеры решения задач

Задача 1.1. Определить плотность жидкости $\rho_ж$, полученной смешиванием объёма жидкости $V_1 = 0{,}018$ м^3 (18 л) плотностью $\rho_1 = 850$ кг/м^3 и объёма жидкости $V_2 = 0{,}025$ м^3 (25 л) плотностью $\rho_2 = 900$ кг/м^3.

Решение. Плотность полученной жидкости находим из соотношения суммарных массы и объёма:

$$\rho_ж = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{850 \cdot 0{,}018 + 900 \cdot 0{,}025}{0{,}018 + 0{,}025} = 879 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.2. Определить плотность морской воды $\rho_{м.в}$ на глубине, где приращение давления составляет $\Delta p = 10{,}3$ МПа. Плотность морской воды на поверхности $\rho_{м.в\,0} = 1030$ кг/м^3, а объёмной модуль упругости $E_{м.в} = 2 \cdot 10^3$ МПа.

Решение. Используем выражение (1.3) в виде

$$\rho_{м.в} = \rho_{м.в\,0}\left(1 + \frac{1}{E_{м.в}}\Delta p\right) = 1030\left(1 + \frac{1}{2 \cdot 10^9} 10{,}3 \cdot 10^6\right) = 1035{,}30 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.3. Стальной трубопровод длиной $l = 500$ м и диаметром $d = 0{,}4$ м испытывается на прочность гидравлическим способом. Определить объём воды ΔV, который необходимо подать в трубопровод за время испытаний для подъёма давления от $p_1 = 0{,}2$ МПа до $p_2 = 6{,}0$ МПа. Деформацию материала труб не учитывать. Модуль объёмной упругости воды E принять равным 2060 МПа.

Решение. Объем жидкости при начальном давлении p_1 равен сумме объема воды в трубопроводе $V_{тр}$ и дополнительно закачанного объема ΔV. Тогда $V = V_{тр} + \Delta V$. С учетом этого формула (1.5) принимает вид

$$\beta_p = \frac{\Delta V}{\left(V_{тр} + \Delta V\right)\Delta p},$$

откуда

$$\Delta V = \frac{V_{тр}\beta_p \Delta p}{1 - \beta_p \Delta p} = \frac{V_{тр}\Delta p}{E\left(1 - \frac{\Delta p}{E}\right)} = \frac{\pi d^2 l \Delta p}{4\left(E - \Delta p\right)} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}4^2 \cdot 500 \cdot 5{,}8 \cdot 10^6}{4\left(2060 \cdot 10^6 - 5{,}8 \cdot 10^6\right)} =$$

$$= 0{,}1773 \text{ м}^3 = 177{,}3 \text{ л}.$$

Задача 1.4. Максимальная высота заполнения цилиндрического вертикального резервуара мазутом $H = 6$ м, его диаметр $D = 4$ м (рис. 1.4). Определить массу мазута, которую можно налить в резервуар, если его температура может подняться до $t_1 = 40$ °С. Плотность мазута при температуре $t_0 = 15$ °С $\rho_0 = 920$ кг/м^3. Деформацией материала стенок резервуара можно пренебречь. Коэффициент температурного расширения мазута $\beta_t = 0{,}0008$ °С$^{-1}$.

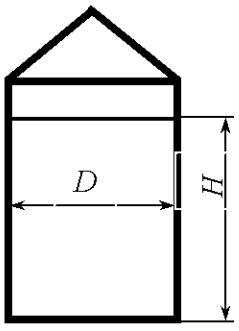


Рис. 1.4

Решение. При повышении температуры мазут расширяется и его объём увеличивается. Обозначим: V_0 и H_0 – соответственно объём и высота наполнения бака мазутом при температуре $t = 15\,°\text{C}$; V_1 и H_1 – то же, но при температуре $t_1 = 40\ °\text{C}$. Причём H_1 не может быть больше H по условию.

В соответствии с формулой (1.4) имеем

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0}\cdot\frac{1}{\Delta t} = \frac{V_1 - V_0}{V_0}\cdot\frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}H_1 - \frac{\pi D^2}{4}H_0}{\frac{\pi D^2}{4}H_0}\cdot\frac{1}{\Delta t} = \frac{H_1 - H_0}{H_0}\cdot\frac{1}{\Delta t},$$

откуда принимаем $H_1 = H = 6$ м и $\Delta t = t_1 - t_0 = 40 - 15 = 25\ °\text{C}$. Получаем

$$H_0 = \frac{H_1}{1 + \beta_t \cdot \Delta t} = \frac{6}{1 + 0{,}0008 \cdot 25} = 5{,}88 \text{ м}.$$

Масса мазута, которую можно залить в резервуар,

$$m = \rho_0 V_0 = \rho_0 \frac{\pi D^2}{4} H_0 = 920\frac{3{,}14 \cdot 4^2}{4} \cdot 5{,}88 = 67945 \text{ кг}.$$

Задача 1.5. Кольцевая щель между двумя цилиндрами диаметрами $D = 200$ мм и $d = 192$ мм залита трансформаторным маслом ($\rho_м = 915$ кг/м^3) при температуре $t = 20\ °\text{C}$ (рис. 1.5). Внутренний цилиндр вращается равномерно с частотой $n = 110$ мин$^{-1}$. Определить динамический μ и кинематический ν коэффициенты вязкости масла, если момент, приложенный к внутреннему цилиндру, $M = 0{,}06$ Н · м, а высота столба жидкости в щели между цилиндрами $h = 100$ мм. Трением основания внутреннего цилиндра пренебречь.

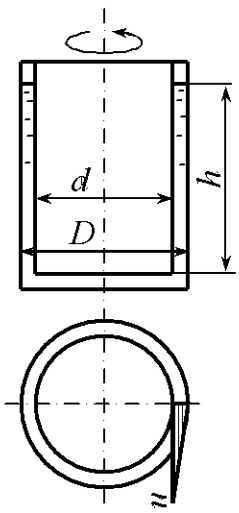


Рис. 1.5

Решение. Щель между цилиндрами будем считать плоской, так как выполняется условие

$$\delta = \frac{D - d}{2} << d\,.$$

Допускаем, что скорость u в зазоре возрастает от 0 (у стенки наружного цилиндра) до $u = \frac{\pi d n}{60}$ (у стенки внутреннего цилиндра) по линейному закону.

Поэтому градиент скорости

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{\delta} = \frac{\pi dn2}{60(D-d)}.$$

Сила трения F, приложенная к внутреннему цилиндру,

$$F = \mu S \frac{du}{dy} = \mu \pi dh \frac{\pi dn}{30(D-d)},$$

где $S = \pi dh$ – площадь поверхности трения внутреннего цилиндра (без учета площади торца).

Силу трения можно определить как частное от деления крутящего момента M на плечо $r = \frac{d}{2}$:

$$F = \frac{2M}{d}.$$

Произведя подстановку, находим динамический коэффициент вязкости

$$\mu = \frac{60M(D-d)}{\pi^2 d^3 nh} = \frac{60 \cdot 0{,}06(0{,}200-0{,}192)}{3{,}14^2 \cdot 0192^3 \cdot 110 \cdot 0{,}100} = 0{,}0375 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Кинематический коэффициент вязкости масла

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}0375}{915} = 0{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Задача 1.6. Определить мощность, затрачиваемую на преодоление трения в подшипнике при вращении вала. Частота вращения вала $n = 15\,\text{с}^{-1}$. Диаметр шейки (цапфы) вала $d = 100$ мм, длина $l = 120$ мм, толщина слоя смазки между цапфой и подшипником $\delta = 0{,}15$ мм. Кинематический коэффициент вязкости масла $\nu_м = 0{,}7 \cdot 10^{-4}$ м^2/с, плотность $\rho_м =$ = 915 кг/м^3. Считать, что вал вращается в подшипнике соосно, а скорость движения жидкости в слое масла изменяется по линейному закону (рис. 1.6).

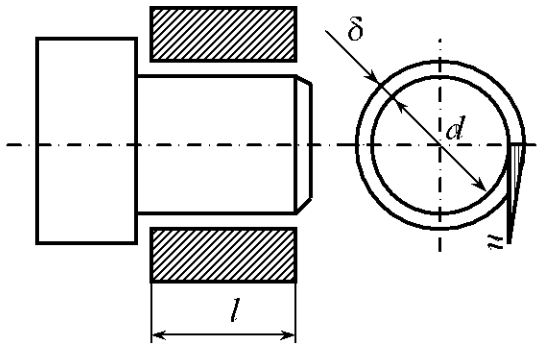


Рис. 1.6

Решение. Скорость жидкости у поверхности цапфы

$$u = \pi dn = 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 15 = 4{,}71 \text{ м/с}.$$

Градиент скорости в слое смазки при её линейном изменении

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{\delta} = \frac{4{,}71}{0{,}15 \cdot 10^{-3}} = 31{,}4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Площадь поверхности трения цапфы

$$S = \pi dl = 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}12 = 0{,}03768 \text{ м}^2.$$

Коэффициент динамической вязкости масла

$$\mu_м = \rho_м \nu_м = 915 \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-4} = 640{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Сила трения в подшипнике

$$F = \mu \frac{du}{dy} S = 640{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 31{,}4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}03768 = 75{,}8 \text{ Н}.$$

Момент силы трения относительно цапфы

$$M = F \frac{d}{2} = 75{,}8 \cdot \frac{0{,}1}{2} = 3{,}79 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Мощность, теряемая на преодоление трения в подшипнике,

$$N = M\bar{\omega}_у = 3{,}79 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15 = 357 \text{ Вт},$$

где $\bar{\omega}_у = 2\pi n$ – угловая скорость вращения.

Задача 1.7. Схема ротационного вискозиметра изображена на рис. 1.7. В цилиндре 1 установлен барабан 2, вращающийся под действием опускающегося груза 3. Цилиндр закреплён на основании 4. В цилиндр заливается жидкость плотностью $\rho = 900$ кг/м^3, вязкость которой необходимо определить. Вес груза $G = 75$ Н, диаметры: цилиндра $D_ц = 250$ мм, барабана $D_б = 248$ мм, шкива $d = 200$ мм. Глубина погружения барабана в жидкость $l_б = 300$ мм. Время опускания груза 10 с, путь $l_{гр} = 350$ мм.

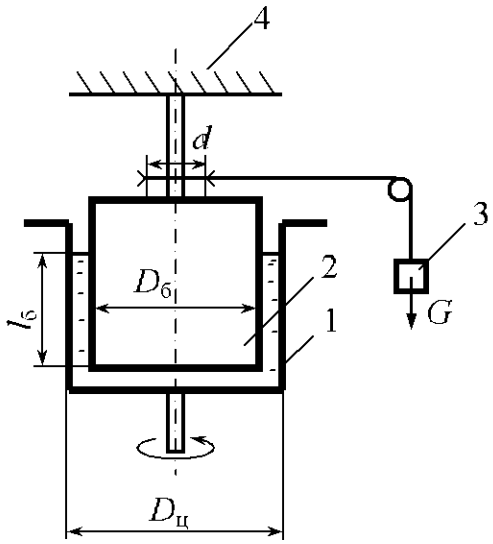


Рис. 1.7

Решение. Момент силы тяжести опускающегося груза, прикладываемый к барабану,

$$M_{гр} = G \frac{d}{2}.$$

Момент силы трения вращающегося барабана в масле

$$M_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \frac{D_{\text{б}}}{2}.$$

Приравняв моменты $M_{\text{гр}}$ и $M_{\text{тр}}$, определяем силу трения:

$$F_{\text{тр}} = \frac{Gd}{D_{\text{б}}}.$$

В свою очередь, сила трения вращающегося барабана

$$F_{\text{тр}} = \mu \frac{du}{dy} S,$$

откуда определяем динамический коэффициент вязкости испытываемой жидкости

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{\frac{du}{dy} S} = \frac{\frac{Gd}{D_{\text{б}}}}{\frac{u}{\delta} S},$$

где $u = \upsilon_{\text{б}}$ – линейная скорость движения образующей барабана, $\upsilon_{\text{б}} = \omega_{\text{у}} \frac{D_{\text{б}}}{2}$; $\omega_{\text{у}}$ – угловая скорость вращения, $\omega_{\text{у}} = \frac{\upsilon \cdot 2}{d}$; υ – скорость опускания груза (принимаем движение груза равномерное), $\upsilon = \frac{l_{\text{гр}}}{t}$; S – площадь поверхности трения барабана (без учёта площади торца), $S = \pi D_{\text{б}} l_{\text{б}}$; δ – толщина слоя жидкости, $\delta = \frac{D_{\text{ц}} - D_{\text{б}}}{2}$.

Имеем:

$$\upsilon = \frac{0{,}35}{10} = 0{,}035 \text{ м/с};$$

$$\omega_{\text{у}} = \frac{0{,}035 \cdot 2}{0{,}2} = 0{,}35 \text{ с}^{-1};$$

$$u = 0{,}35 \frac{0{,}248}{2} = 0{,}0434 \text{ м/с};$$

$$S = 3{,}14 \cdot 0{,}248 \cdot 0{,}3 = 0{,}234 \text{ м}^2.$$

Динамический коэффициент вязкости

$$\mu = \frac{75 \cdot 0{,}2 / 0{,}248}{0{,}0434 / 0{,}001 \cdot 0{,}234} = 5{,}96 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Кинематический коэффициент вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{5{,}9}{900} = 0{,}0066 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Канистра (сосуд), наполненная бензином и не содержащая воздуха, нагрелась на солнце до температуры $t_2 = 55$ °С. Определить приращение давления внутри канистры при условии, что она абсолютно жёсткая. Начальная температура бензина $t_1 = 15$ °С. Модуль объёмной упругости бензина $E_б = 1300$ МПа, коэффициент температурного расширения $\beta_t = 8 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

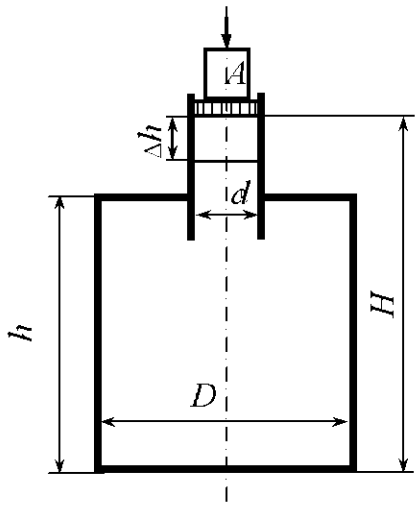


Рис. 1.8

1.2. Определить модуль объёмной упругости жидкости E, если под действием груза A массой 250 кг поршень переместился на расстояние $\Delta h = 5$ мм. Начальная высота положения поршня (без груза) $H = 1{,}5$ м, диаметр поршня $d = 80$ мм, резервуара $D = 300$ мм, высота резервуара $h = 1{,}3$ м. Весом поршня можно пренебречь. Резервуар считать абсолютно жёстким (рис. 1.8).

1.3. Сосуд заполнен водой, занимающей объём $V = 2{,}5$ м^3. На сколько уменьшится этот объём при увеличении давления на $\Delta p = 3$ МПа, коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 0{,}475 \cdot 10^{-9}$ Па$^{-1}$.

1.4. При гидравлическом испытании трубопровода длиной $L = 1000$ м, диаметром $d = 100$ мм давление поднималось от $p_1 = 1$ МПа до $p_2 = 1{,}5$ МПа. Определить объём жидкости ΔV, который был дополнительно закачан в трубопровод. Коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.5. Сосуд заполнен водой, занимающей объём $V = 2$ м^3. Как изменится этот объём при увеличении давления на $\Delta p = 3$ МПа? Коэффициент объёмного сжатия принять равным $\beta_p = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.6. При гидравлическом испытании трубопровода диаметром $d = 0{,}4$ м и длиной $L = 20$ м давление воды сначала было $p_1 = 5{,}5$ МПа. Через час давление упало до $p_2 = 5{,}0$ МПа. Определить, пренебрегая деформацией трубопровода, сколько воды вытекло при этом через неплотности. Коэффициент объёмного сжатия принять равным $\beta_p = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.7. Резервуар наполнен до краёв нефтью при температуре $\Delta t_1 = 15$ °С. Определить, какой объём ΔV нефти выльется при повышении температуры до $t_2 = 30$ °С. Объём резервуара $V_p = 1$ м^3. Коэффициент температурного расширения нефти $\beta_t = 0{,}00064$ °С$^{-1}$, а её плотность $\rho = 950$ кг/м^3.

1.8. Как изменится объём воды в системе отопления, имеющей вместимость $V = 100$ м^3, после подогрева воды от начальной температуры $t_1 = 15$ °С до $t_2 = 95$ °С. Коэффициент температурного расширения воды принять $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

1.9. В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром $D = 4$ м хранится нефть, масса которой $M = 100000$ кг, а плотность $\rho = 950$ кг/м^3 при температуре $t_1 = 0$ °С. Определить колебания уровня Δh нефти в резервуаре при изменениях температуры до $t_2 = +30$ °С. Деформацию материала резервуара не учитывать. Коэффициент температурного расширения $\beta_t = 0{,}00072$ °С$^{-1}$.

1.10. Автоклав вместимостью $V = 0{,}01$ м^3 наполнен водой и герметически закрыт. Определить, пренебрегая деформацией материала автоклава, повышение давления в нём при изменении (увеличении) температуры на $\Delta t = 40$ °С, если коэффициент температурного расширения воды $\beta_t = 0{,}00018$ °С$^{-1}$, а коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 4{,}19 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.11. Автоклав с диаметром цилиндрической части $d = 1{,}5$ м и длиной $l = 3{,}5$ м имеет днище и крышку в форме полусферы. Определить объём воды ΔV, который требуется дополнительно закачать в него для того, чтобы давление возросло от 0 до 100 МПа. Коэффициент объёмного сжатия воды $\beta_p = 4{,}19 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Деформацией автоклава пренебречь.

1.12. В автоклав вместимостью $V = 0{,}05$ м^3 под давлением закачено $V_1 = 0{,}0505$ м^3 эфира. Определить, пренебрегая деформацией стенок ав-

токлава, повышение давления Δp, если коэффициент объёмного сжатия эфира $\beta_p = 1{,}95 \cdot 10^{-9}$ Па$^{-1}$.

1.13. Определить падение давления масла в напорной линии гидропривода вместимостью $V = 0{,}15$ м^3, если утечки масла $\Delta V = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3, а коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 7{,}5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Деформацией элементов гидропривода пренебречь.

1.14. Определить повышение давления, при котором начальный объём воды уменьшится на 3 %. Коэффициент объёмного сжатия воды $\beta_p = 4{,}85 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.15. При испытании гидравлической системы давление в ней повысилось от $p_1 = 1$ МПа до $p_2 = 10$ МПа. Вместимость системы 0,250 м^3, коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 7{,}5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Определить, какой объём был закачен дополнительно в гидросистему. Деформацией элементов гидросистемы пренебречь.

1.16. При гидравлических испытаниях (проверке герметичности) подземного трубопровода длиной $L = 500$ м, диаметром $d = 0{,}10$ м давление в нём повысилось от $p_1 = 0$ до $p_2 = 1{,}0$ МПа. Пренебрегая деформацией стенок трубопровода, определить объём воды, которую необходимо дополнительно закачать в трубопровод. Модуль объемной упругости воды принять равным $E = 2000$ МПа.

1.17. Водопровод лесного посёлка длиной $L = 1500$ м и диаметром $d = 150$ мм испытывается на прочность гидравлическим способом. Определить объём воды, который необходимо дополнительно закачать в трубопровод за время испытаний для подъёма давления от $p_1 = 0{,}1$ МПа до $p_2 = 5$ МПа. Деформацию стенок трубопровода не учитывать. Модуль объёмной упругости воды $E = 2060$ МПа.

1.18. В трубопровод вместимостью 50 м^3 во время испытаний было дополнительно закачено 0,05 м^3 воды. Определить приращение давления в трубопроводе, если модуль объёмной упругости воды $E = 2 \cdot 10^9$ Па.

1.19. Вязкость нефти, определённая вискозиметром, составила 4 °ВУ, а её плотность $\rho_н = 880$ кг/м^3. Определить кинематический и динамический коэффициенты вязкости нефти.

1.20. Вязкость трансформаторного масла, определённая вискозиметром, составила 4 °ВУ. Плотность масла $\rho_м = 910$ кг/м^3. Определить кинематический и динамический коэффициенты вязкости масла.

1.21. При экспериментальном определении вязкости минерального масла вискозиметром получено: время истечения 200 см^3 дистиллированной воды при температуре 20 °С $t_1 = 51{,}2$ с, время истечения 200 см^3 масла $t_2 = 163{,}4$ с. Определить кинематический коэффициент вязкости масла.

1.22. Динамический коэффициент вязкости масла плотностью $\rho = 900$ кг/м^3 при температуре $t = 50$ °С равен $\mu = 0{,}06$ Па · с. Определить его кинематический коэффициент вязкости.

1.23. Кинематический коэффициент вязкости нефти при температуре $t = 10$ °С составляет $\nu = 12 \cdot 10^{-6}$ м^2/с. Определить динамический коэффициент вязкости нефти плотностью $\rho = 890$ кг/м^3.

1.24. Определить плотность жидкости, если пикнометр (прибор для определения плотности) обладает массой $M_п = 100$ г, а с налитой в него жидкостью $M = 1100$ г. Объём налитой жидкости $V = 1000$ см^3.

1.25. Винтовой плунжерный пресс (рис. 1.9) для тарировки манометров работает на масле с коэффициентом объёмного сжатия $\beta_p = 0{,}625 \cdot 10^{-9}$ Па$^{-1}$. Определить, на сколько оборотов надо повернуть маховик винта, чтобы поднять давление внутри пресса на $\Delta p = 0{,}1$ МПа, если начальный объём рабочей камеры пресса $V = 628$ см^3, диаметр плунжера $d = 20$ мм, шаг винта $h = 2$ мм. Стенки рабочей камеры считать недеформируемыми.

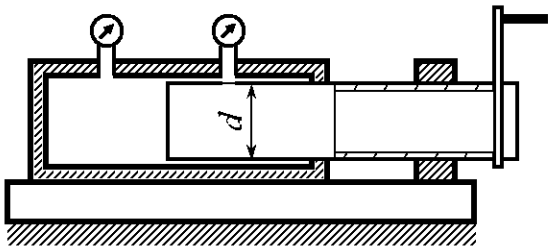


Рис. 1.9

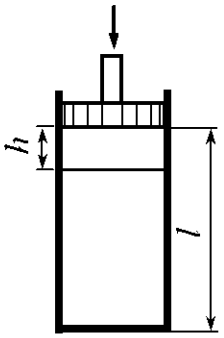


Рис. 1.10

1.26. Минеральное масло сжималось в стальной цилиндрической трубке (рис. 1.10). Пренебрегая деформацией трубки, определить коэффициент объёмного сжатия β_p и модуль упругости масла E, если ход поршня составил $h = 3{,}7$ мм, а давление в жидкости возросло на $\Delta p = 5$ МПа, высота налива масла $l = 1000$ мм.

1.27. Резервуар заполнен жидкостью, объём которой $V = 8{,}0$ м^3. Определить коэффициент температурного расширения жидкости β_t, если при увеличении температуры от $t_1 = 10$ °С до $t_2 = 20$°С, объем жидкости увеличился на 6 л.

1.28. Цилиндрический резервуар, поставленный вертикально, заполнен минеральным маслом на высоту $H_1 = 3$ м. Определить изменение высоты ΔH уровня масла при изменении его температуры от $t_1 = 0$ до $t_2 = 35$°С. Температурный коэффициент расширения масла $\beta_t = 0{,}0008$ °С$^{-1}$. Деформацией стенок резервуара пренебречь.

1.29. Сосуд, заполненный водой и не содержащий воздуха, герметически закрыт. Давление в сосуде $p_1 = 0{,}03$ МПа при температуре $t_1 = 20$ °С. Определить давление в сосуде p_2 при повышении температуры воды до $t_2 = 50$ °С. Деформацией стенок и изменением плотности жидкости от температуры пренебречь. Модуль объемной упругости воды принять равным $E = 2000$ МПа, коэффициент температурного расширения $\beta_t = 0{,}2 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

1.30. Определить плотность жидкости ρ, полученной смешиванием объёма жидкости $V_1 = 0{,}02$ м^3 плотностью $\rho_1 = 910$ кг/м^3 и объёма жидкости $V_2 = 0{,}03$ м^3 плотностью $\rho_2 = 850$ кг/м^3.

1.31. В системе охлаждения двигателя внутреннего сгорания при температуре $t_1 = 10$ °С содержится $V = 10$ л воды. Определить объем воды, который дополнительно войдёт в расширительный бачок при повышении температуры до $t_2 = 90$ °С. Коэффициент температурного расширения $\beta_t = 4{,}2 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

1.32. Определить изменение плотности воды при увеличении давления от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 10000$кПа. При изменении давления температура воды не изменяется, коэффициент объёмного сжатия $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.33. Определить изменение плотности воды при изменении температуры от $t_1 = 5$ °С до $t_2 = 95$ °С.

1.34. Как изменится объём воды при увеличении высоты подъёма его над уровнем моря от $H_1 = 50$ м до $H_1 = 95$ м. Коэффициент объёмного сжатия воды $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.35. В отопительной системе дома содержится $V = 0{,}4$ м^3 воды при температуре $t_1 = 20$ °С. Определить объем воды, который дополнительно войдёт в расширительный бачок при повышении температуры до $t_2 = 90$ °С.

1.36. Определить плотность топливной смеси (по весу) при следующем составе: керосин ($\rho_к = 775$ кг/м^3) – 40 %, мазут ($\rho_м = 870$ кг/м^3) – 60 %.

1.37. Определить плотность топливной смеси (по объёму) при следующем составе: керосин ($\rho_к = 775$ кг/м^3) – 40 %, мазут ($\rho_м = 870$ кг/м^3) – 60 %.

1.38. По металлическому стержню, установленному вертикально и смазанному минеральным маслом, скользит вниз равномерно под действием собственного веса втулка. Диаметр стержня $d = 118$ мм, внутренний диаметр втулки $D = 120$ мм, длина втулки $l = 100$ мм. Определить вес втулки при условии, что скорость движения втулки по стержню не должна превышать 0,6 м/с.

1.39. Кольцевая щель между двумя цилиндрами $d = 192$ мм и $D = 200$ мм залита трансформаторным маслом $\rho_м = 915$ кг/м^3. Внутренний цилиндр вращается равномерно с частотой $n = 110$ мин$^{-1}$ (рис. 1.5). Определить касательные напряжения в жидкости, если момент, приложенный к внутреннему цилиндру, $M = 0{,}06$ Н · м, а высота столба жидкости в щели между цилиндрами $h = 100$ мм. Трением основания внутреннего цилиндра пренебречь.

1.40. Определить среднюю толщину отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром $d = 0{,}3$ м и длиной $l = 2$ км. При выпуске воды объёмом $\Delta V = 0{,}05$ м^3 давление в водоводе падает на $\Delta p = 1$ МПа. Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно. Коэффициент объёмного сжатия воды $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.41. Стальной водовод диаметром $d = 0{,}4$ м и длиной $l = 1$ км, проложенный открыто, находится под давлением $p = 2$ МПа при температуре

воды $t_1 = 10$ °С. Определить давление воды в водоводе при повышении температуры до $t_2 = 15$ °С в результате наружного прогрева.

1.42. Определить высоту поднятия воды в стеклянном капилляре диаметром $d = 1$ мм при нормальных условиях.

1.43. Определить давление внутри капли воды диаметром $d = 1$ мм, которое создают силы поверхностного натяжения при нормальных условиях.

1.44. Резервуар, заполненный нефтью, находится под давлением $p_1 = 5 \cdot 10^5$ Па. После выпуска $\Delta V = 40$ л давление нефти упало до $p_2 = 10^5$ Па. Определить вместимость резервуара, если коэффициент объёмного сжатия нефти $\beta_p = 7{,}407 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

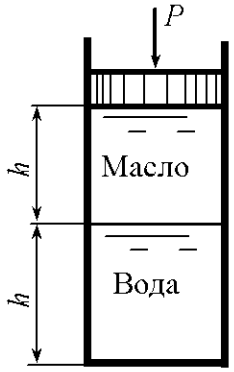


Рис. 1.11

1.45. В цилиндрическом резервуаре находятся вода и минеральное масло, высота слоя каждой жидкости $h = 400$ мм (рис. 1.11). Пренебрегая деформацией резервуара, определить ход поршня, если давление в жидкости возросло на $\Delta p = 5$ МПа. Коэффициенты объёмного сжатия: воды $\beta_{pв} = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$, масла $\beta_{pм} = 7{,}7 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

1.46. Определить высоту капиллярного опускания ртути в капиллярной трубке диаметром $d = 5$ мм.

1.47. Кольцевая щель между двумя цилиндрами диаметрами $d = 202$ мм и $D = 210$ мм залита трансформаторным маслом ($\rho_м = 910$ кг/м^3) при температуре $t = 20$ °С (рис. 1.5). Динамический коэффициент вязкости масла $\mu = 0{,}0266$ Па · с. Момент, приложенный к внутреннему цилиндру, $M = 0{,}065$ Н · м, а высота столба жидкости в щели между цилиндрами 120 мм. Определить частоту вращения n внутреннего цилиндра. Трением основания внутреннего цилиндра пренебречь.

1.48. Определить силу, затрачиваемую на преодоление трения в подшипнике при вращении вала. Частота вращения вала $n = 10$ с$^{-1}$. Диаметр шейки (цапфы) вала $d = 40$ мм, длина $l = 100$ мм, толщина слоя смазки между цапфой и подшипником $\delta = 0{,}2$ мм. Кинематический коэффициент вязкости масла $\nu = 0{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^2/с, плотность $\rho = 920$ кг/м^3. Считать, что вал вращается в подшипнике соосно, а скорость движения жидкости в слое масла изменяется по линейному закону (рис. 1.6).

1.49. Определить вес груза G ротационного вискозиметра, изображённого на рис. 1.7. Диаметры: цилиндра $D_{ц} = 230$ мм, барабана $D_{б} = 228$ мм, шкива $d = 180$ мм. Глубина погружения барабана в жидкость $l_{б} = 280$ мм. Время опускания груза 8 с, путь $l_{гр} = 350$ мм. В цилиндр залита жидкость плотностью $\rho = 900$ кг/м^3, динамический коэффициент вязкости которой $\mu = 5{,}9$ Па·с.

1.50. Плотность морской воды на поверхности $\rho = 1028$ кг/м^3. Определить плотность воды на глубине с давлением $p_2 = 10$ МПа. Коэффициент объёмного сжатия воды $\beta_p = 4{,}95 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Считать, что температура и содержание соли в морской воде с глубиной не меняются.

1.51. Определить плотности воды, керосина и серной кислоты при температуре $t_2 = +50$ °С, если температурный коэффициент расширения воды $\beta_{t\,в} = 0{,}0002$ °С$^{-1}$, керосина $\beta_{t\,к} = 0{,}001$ °С$^{-1}$, серной кислоты $\beta_{t\,с.к} = 0{,}00055$ °С$^{-1}$. Плотность воды при температуре $t_1 = +4$ °С $\rho_в$ = = 1000 кг/м^3 , плотность керосина при $t_2 = +15$ °С $\rho_к = 760$ кг/м^3 , плотность серной кислоты при $t_2 = 0$ °С $\rho_{с.к} = 1853$ кг/м^3.

1.52. Определить ротационным вискозиметром (рис. 1.7) вязкость жидкости плотностью $\rho = 920$ кг/м^3. Вес груза $G = 80$ Н, диаметры: цилиндра $D_{ц} = 225$ мм, барабана $D_{б} = 223$ мм, шкива d = 200 мм. Глубина погружения барабана в жидкость $l_{б} = 250$ мм. Время опускания груза $t_{гр} = 12$ с, путь $l_{гр} = 300$ мм.

1.53. Цилиндрический резервуар диаметром $D_{ц} = 3$ м заполнен мазутом при температуре $t_1 = +15$ °С плотностью $\rho = 920$ кг/м^3. Масса мазута $m = 30000$ кг. Определить высоту подъёма мазута в резервуаре, если его температура повысится до 42 °С. Коэффициент температурного расширения мазута $\beta_t = 0{,}0008$ °С$^{-1}$.

1.54. Определить плотность жидкости ρ, полученной смешиванием объёма жидкости $V_1 = 0{,}02$ м^3 плотностью $\rho_1 = 900$ кг/м^3, объёма жидкости $V_2 = 0{,}03$ м^3 плотностью $\rho_2 = 850$ кг/м^3 и объёма жидкости $V_3 = 0{,}05$ м^3 плотностью $\rho_3 = 800$ кг/м^3.

1.55. Для периодического аккумулирования дополнительного объёма воды, получающегося при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней её точке присоединяют расширительные резервуары, сообщающиеся с атмосферой. Определить наименьший объём расширительного резервуара, чтобы он полностью не опоражнивался. Допустимое колебание температуры воды во время перерывов в топке $\Delta t = 30$ °С. Объём воды в системе $V = 0{,}7$ м^3. Коэффициент температурного расширения воды (при средней температуре $t = 80$ °С) $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

1.56. В отопительный котёл поступает объём воды $V_1 = 80$ м^3 при температуре $t_1 = 75$ °С. Какой объём воды V_2 будет выходить из котла при нагреве воды до температуры $t_2 = 95$ °С? Коэффициент температурного расширения воды $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

1.57. Определить высоту подъёма воды в стеклянной капиллярной трубке диаметром $d = 0{,}0015$ м при температуре воды $t_1 = 20$ °С и $t_2 = 70$ °С. Плотность воды при t_1 $\rho_1 = 998$ кг/м^3, при t_2 – $\rho_2 = 978$ кг/м^3, поверхностное натяжение $\sigma_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/м, а $\sigma_2 = 6{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

1.58. Определить изменение плотности воды при сжатии от давления $p_1 = 0{,}1$ МПа до давления $p_2 = 10$ МПа.

1.59. Определить плотность морской воды на глубине, где приращение давления составляет $\Delta p = 8$ МПа. Плотность морской воды на поверхности $\rho = 1030$ кг/м^3, модуль объёмной упругости $E = 2 \cdot 10^3$ МПа.

1.60. Вязкость нефти, определённая по вискозиметру, составляет 12 °ВУ. Определить динамический и кинематический коэффициенты вязкости, если плотность нефти $\rho_н = 870$ кг/м^3

2. ДАВЛЕНИЕ В ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Общие сведения

На жидкость действуют поверхностные и массовые силы. Поверхностные – это силы, действующие на поверхность жидкости, например силы давления поршня насоса или силы давления воздуха, газа. Массовые – это силы тяжести, инерции и центробежные силы, которые в однородной жидкости распределены по всему объему. При воздействии поверхностных и массовых сил в жидкости возникает давление.

Давлением в покоящейся жидкости называется напряжение сжатия [6]

$$p = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}, \qquad (2.1)$$

где p – давление в точке; $\Delta\omega$ – элементарная площадка, содержащая рассматриваемую точку; ΔP – сжимающая сила, действующая на площадку $\Delta\omega$.

Давление направлено по нормали к площадке, его величина не зависит от ориентации площадки в пространстве и является функцией координат точки жидкости.

Единица давления – паскаль (Па): 1 Па = 1 Н/м^2. Более удобными для практического использования являются кратные единицы – килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа): 1 кПа = 10^3 Па; 1 МПа = 10^6 Па. Наряду с этими (а также в обозначениях на приборах) используются и другие единицы давления:

1 бар = 10^5 Па;

техническая атмосфера 1ат = 1 кг/см^2 = 98,1 кПа = 0,981 бар;

физическая атмосфера 1 атм = 760 мм рт. ст. = 101,4 кПа = 1,014 бар;

единицы высоты столба жидкости (мм рт. ст., м вод. ст.)

1 мм рт. ст. = 133,32 Па = 13,595 мм вод. ст.;

английская и американская системы единиц: 1фунт/дюйм^2 (*lbf/in*) = = 6,89 кПа, 1 дин/ см^2 = 0,1 Па.

При решении большинства технических задач с достаточной степенью точности можно принимать 1 бар ≈ 1ат ≈ 1атм ≈ 10^5 Па.

Давление, представляющее полное напряжение сжатия от действия всех внешних поверхностных и массовых сил, приложенных к жидкости, называется абсолютным давлением.

В технике отсчитывают давление от условного нуля, за который принято давление атмосферного воздуха на поверхности земли. Превышение (избыток) абсолютного давления p над атмосферным $p_{атм}$ называется избыточным давлением $p_{и}$:

$$p_{и} = p - p_{атм}. \qquad (2.2)$$

В технике широкое распространение получили манометры избыточного давления, которые измеряют превышение давления над атмосферным. Поэтому избыточное давление часто называют манометрическим.

Абсолютное давление может быть меньше атмосферного. Недостаток между абсолютным давлением и атмосферным называется вакуумметрическим давлением или вакуумом $p_{в}$:

$$p_{в} = p_{атм} - p. \qquad (2.3)$$

При абсолютном давлении $p \to 0$ вакуумметрическое $p_{в} \to p_{атм}$.

Из выражений (2.2) и (2.3)

$$p_{в} = -p_{и}. \qquad (2.4)$$

Таким образом, при абсолютном давлении, меньше атмосферного, избыточное давление отрицательно.

Атмосферное давление на поверхности жидкости. В однородной несжимаемой жидкости, находящейся под действием силы тяжести и атмосферного давления на свободной поверхности, давление определяется по закону

$$p = p_0 + \rho g h \ , \qquad (2.5)$$

где p – давление в произвольной точке жидкости на глубине h; p_0 – давление на свободной поверхности жидкости; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Эта зависимость представляет основной закон равновесия жидкости в однородном поле тяжести. В рассматриваемом случае равновесия жидкости горизонтальные плоскости являются поверхностями равного давления.

На рис. 2.1 показаны эпюры давления жидкости на боковые стенки сосуда. Слева построена эпюра давления, отвечающая избыточному давлению, справа – абсолютному давлению.

При определении давления в точках жидкости, заполняющей открытый в атмосферу сосуд, известно действующее на жидкость внешнее давление, равное атмосферному. При этом абсолютное давление в произвольной точке жидкости на глубине h

$$p = p_{\text{атм}} + \rho g h. \qquad (2.6)$$

Избыточное давление, создаваемое в данном случае только весом жидкости,

$$p_{\text{и}} = \rho g h. \qquad (2.7)$$

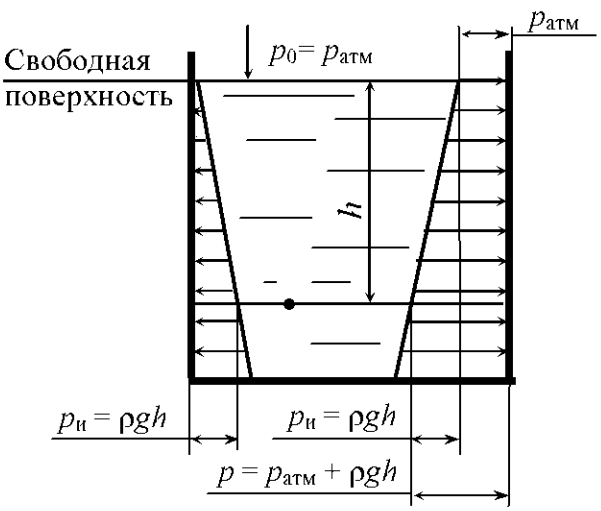


Рис. 2.1

В прил. 2 приведено изменение атмосферного давления в зависимости от высоты над уровнем моря.

Избыточное давление на поверхности жидкости. Если в закрытом сосуде на поверхность жидкости действует избыточное давление, т.е. внешнее давление p_0, которое больше окружающего атмосферного давления $p_{\text{атм}}$, то пьезометрическая плоскость, отвечающая атмосферному давлению, располагается над свободной поверхностью жидкости на высоте

$$h_{0\text{и}} = \frac{p_0 - p_{\text{атм}}}{\rho g} = \frac{p_{0\text{и}}}{\rho g}, \qquad (2.8)$$

где $p_{0\text{и}}$ – избыточное давление на поверхности жидкости.

Формулы (2.7) и (2.8) дают возможность выражать избыточное давление в любой точке жидкости через пьезометрическую высоту, т.е. величину H заглубления данной точки под пьезометрической плоскостью – плоскостью атмосферного давления.

Эта плоскость проходит через уровень в пьезометре, присоединенном к сосуду (рис. 2.2).

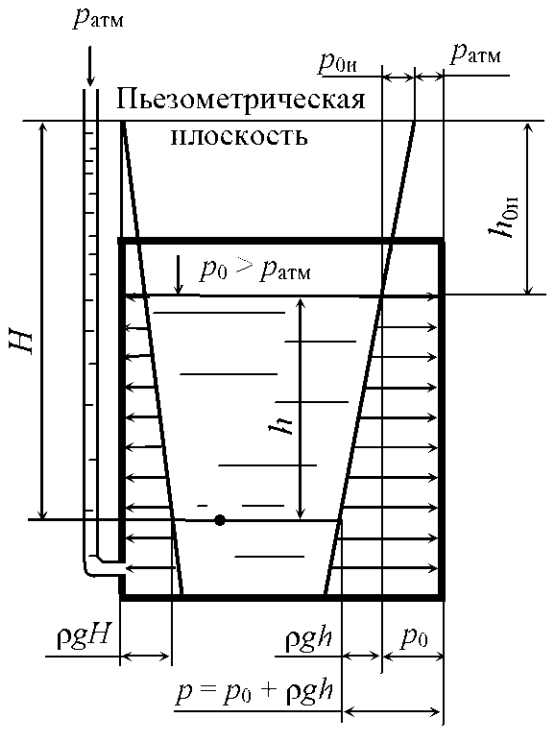


Рис. 2.2

Так, для воды в открытом водоеме ($\rho = 1000$ кг/м^3) на глубине $h = 10$ м ($g = 9{,}81$ м/с^2) избыточное давление $p_и = 98{,}1$ кПа.

Вакуумметрическое давление на поверхности жидкости. Если в закрытом сосуде на поверхность жидкости действует вакуумметрическое давление, т.е. внешнее давление p_0, которое меньше окружающего атмосферного давления $p_{атм}$, то пьезометрическая плоскость находится под поверхностью жидкости на высоте

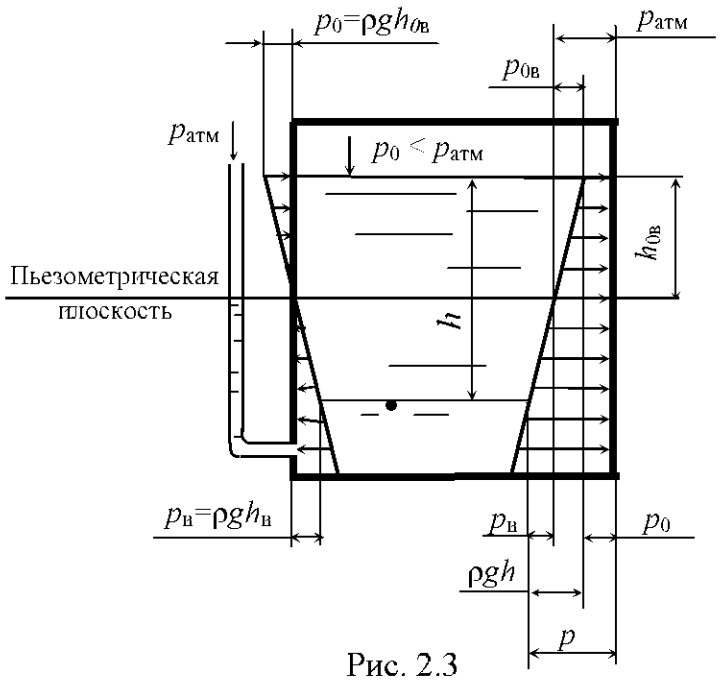


Рис. 2.3

$$h_{0в} = \frac{p_{атм} - p_0}{\rho g} = \frac{p_{0в}}{\rho g}, \quad (2.9)$$

где $p_{0в}$ – вакуумметрическое давление на поверхности жидкости (рис. 2.3).

Величину $h_{0в}$ называют вакуумметрической высотой.

При измерении невысоких давлений (меньше одной атмосферы) используются жидкостные манометры различных конструкций. На рис. 2.4 показан дифференциальный жидкостный манометр, при помощи которого измеряют разность давления в двух резервуарах, расположенных на разной высоте и заполненных различными жидкостями.

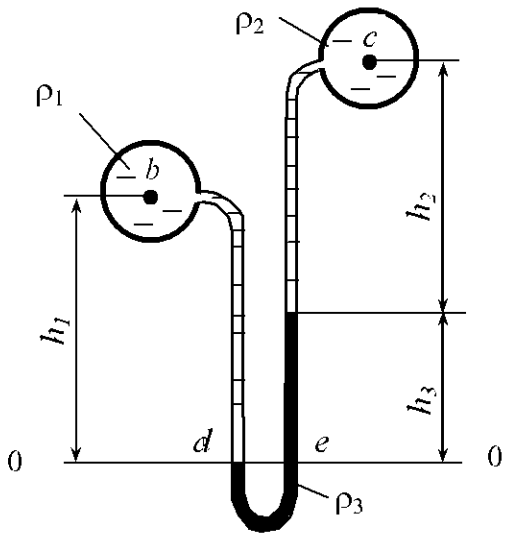


Рис. 2.4

Расчетные зависимости давления от высот столбов жидкости получают из уравнений равновесия жидкостей. Для их составления целесообразно выбрать плоскость сравнения 0–0, от которой ведется отсчет давления. Плоскость сравнения целесообразно проводить через нижнюю точку колена манометра или через линию раздела жидкостей, как показано на рис. 2.4.

В этом случае давление в точках d и e будет одинаково: $p_d = p_e$. Давление в точке d относительно давления в точке b

$$p_d = p_b + \rho_1 g h_1, \qquad (2.10)$$

где p_b – давление в точке b; ρ_1 – плотность жидкости в резервуаре b; h_1 – высота столба жидкости плотностью ρ_1.

Давление в точке e относительно давления в точке c

$$p_e = p_c + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3, \qquad (2.11)$$

где p_c – давление в точке c; ρ_2, ρ_3 – плотность жидкости соответственно в резервуаре c и колене манометра; h_2, h_3 – высота столба жидкости соответственно плотностью ρ_2 и ρ_3.

Тогда уравнение равновесия примет вид

$$p_b + \rho_1 g h_1 = p_c + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3. \qquad (2.12)$$

При решении задач используют уравнение равновесия, из которого выражают неизвестную величину.

Примеры решения задач

Задача 2.1. На какой высоте H установится вода в трубке, первоначально заполненной водой, а потом опрокинутой и погруженной открытым концом под уровень воды, если атмосферное давление составляет 98 кПа. Температура воды 20 °С, плотность воды $\rho = 998{,}2$ кг/м^3, давление насыщенных паров воды $p_{\text{нас.п}} = 2{,}31$ кПа (рис. 2.5).

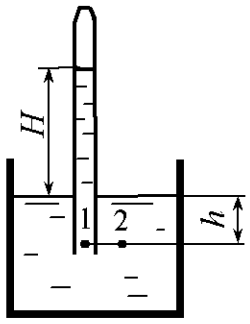


Рис. 2.5

Решение. Вода находится в равновесии. Наметим поверхность равного давления. Это может быть любая горизонтальная плоскость, проходящая на глубине h. На этой плоскости рассмотрим две точки – 1 и 2.

Абсолютное давление в т. 1 $p_1 = p_{\text{нас.п}} + \rho g(H + h)$.

Абсолютное давление в т. 2 $p_2 = p_{\text{атм}} + \rho g h$.

Точки лежат на поверхности равного давления, тогда $p_1 = p_2$ или $p_{\text{нас.п}} + \rho g(H + h) = p_{\text{атм}} + \rho g h$, $p_{\text{нас.п}} + \rho g H = p_{\text{атм}}$.

Очевидно, что полученное выражение справедливо для плоскости равного давления, совпадающей со свободной поверхностью жидкости в сосуде. Отсюда

$$H = \frac{p_{\text{атм}} - p_{\text{нас.п}}}{\rho g} = \frac{(98 - 2{,}31)10^3}{998{,}2 \cdot 9{,}807} = 9{,}775\text{м}.$$

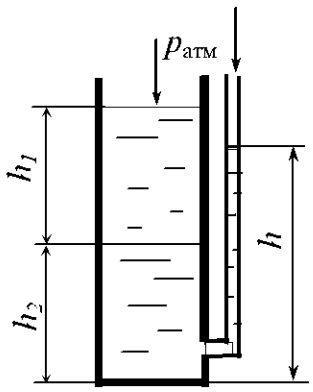


Рис. 2.6

Задача 2.2. В цилиндрическом отстойнике (рис. 2.6) поверхность раздела между маслом и осевшей водой установилась на глубине $h_1 = 1{,}2$ м. Определить плотность масла, если глубина воды $h_2 = 0{,}2$ м, а уровень воды в трубке установился на высоте $h = 1{,}2$ м.

Решение. Уравнение равенства давлений относительно поверхности, проходящей по дну отстойника:

$$p_{атм} + \rho_м g h_1 + \rho_в g h_2 = p_{атм} + \rho_в g h,$$

или

$$\rho_м g h_1 + \rho_в g h_2 = \rho_в g h,$$

где $\rho_м$ – плотность масла; $\rho_в$ – плотность воды.

Полученное выражение равенства давлений только от сил тяжести масла и воды в отстойнике и воды в трубке (так как внешнее давление на свободные поверхности жидкостей одинаково и равно $p_{атм}$) преобразуем:

$$\rho_м g h_1 = \rho_в g (h - h_2).$$

Данное выражение справедливо для плоскости равного давления, проходящей по поверхности раздела между маслом и водой. Отсюда

$$\rho_м = \rho_в \frac{h - h_2}{h_1} = 10^3 \frac{1{,}2 - 0{,}2}{1{,}2} = 833 \text{ кг/м}^3.$$

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Определить избыточное и абсолютное давления в точке, расположенной на дне открытого резервуара (рис. 2.7), если уровень жидкости в резервуаре $h = 2{,}0$ м, плотность жидкости $\rho = 10^3$ кг/м^3. Атмосферное давление $p_{атм} = 0{,}1$ МПа.

2.2. Определить высоту наполнения резервуара жидкостью с относительной плотностью $\delta = 0{,}85$ (рис. 2.7), если в точке, расположенной на дне открытого резервуара, абсолютное давление $p_{абс} = 135$ кПа. Атмосферное давление $p_{атм} = 0{,}1$ МПа.

2.3. Определить избыточное и абсолютное давления в точке b (рис. 2.8), расположенной на глубине $h = 1{,}5$ м, если плотность жидкости $\rho = 800$ кг/м^3. Атмосферное давление $p_{атм} = 750$ мм рт. ст. Плотность ртути $\rho = 13550$ кг/м^3.

2.4. Определить, на какую глубину погружена точка b (рис. 2.8) в жидкость с относительным удельным весом $\delta = 1{,}25$, если абсолютное давление в этой точке $p_{абс} = 1{,}8$ кг/см^2, а атмосферное давление равняется одной физической атмосфере.

2.5. Определить избыточное давление газа $p_{0и}$ в резервуаре, если абсолютное давление в точке b равно 2 бара (рис. 2.9). Точка погружена в жидкость на глубину $h = 2{,}0$ м. Плотность жидкости $\rho = 10^3$ кг/м^3.

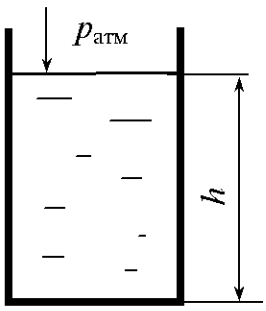


Рис. 2.7

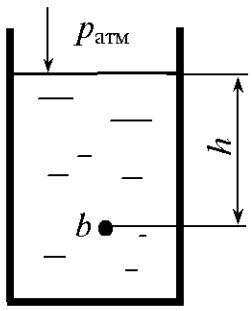


Рис. 2.8

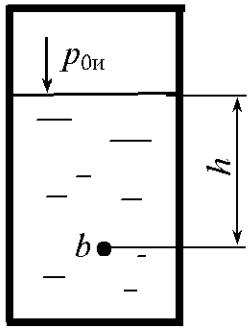


Рис. 2.9

2.6. Определить абсолютное давление в точке b, которая погружена в жидкость на глубину $h = 3{,}5$ м (рис. 2.9). Избыточное давление газа на поверхности жидкости в резервуаре $p_{0и} = 45$ кПа. Относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}85$.

2.7. Определить, на какую глубину в жидкость погружена точка b (рис. 2.9). Абсолютное давление в этой точке $p_{абс} = 2{,}4$ бар, а избыточное давление на поверхности жидкости $p_{0и} = 90$ кПа. Относительный удельный вес жидкости $\delta = 1{,}15$.

2.8. Определить избыточное давление $p_и$ в точке b, если абсолютное давление на поверхности жидкости в резервуаре равно 0,15 МПа (рис. 2.10). Точка b находится на глубине $h = 3{,}0$ м. Плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3.

2.9. Определить абсолютное давление в точке b, которая находится на глубине $h = 3{,}5$, если абсолютное давление на поверхности жидкости в резервуаре равно 35 кПа (рис. 2.10). Относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}05$.

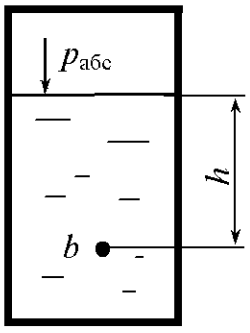


Рис. 2.10

2.10. Определить избыточное давление в точке c под поршнем и в точке b на глубине $h = 2{,}0$ м, если диаметр поршня $d = 0{,}2$ м, а сила, действующая на поршень, $P = 3$ кН (рис. 2.11). Плотность жидкости $\rho = 850$ кг/м^3.

2.11. Определить абсолютное давление в точке c под поршнем и в точке b на глубине $h = 1{,}3$ м, если диаметр поршня $d = 0{,}4$ м, а сила, действующая на поршень, $P = 12$ кН (рис. 2.11). Относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}2$.

2.12. Определить избыточное давление в точке c под поршнем, а также, на какой глубине должна находиться точка b, чтобы избыточное давление в этой точке было в два раза больше, чем в точке c. Диаметр поршня $d = 0{,}4$ м, а сила, действующая на поршень, $P = 24$ кН. Плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3 (рис. 2.11).

2.13. Определить абсолютное давление p_0 на поверхности жидкости в закрытом резервуаре (рис. 2.12), если показание ртутного пьезометра $h_1 = 0{,}3$ м, глубина воды $h_2 = 0{,}5$ м, плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, плотность ртути $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

2.14. В закрытом резервуаре на поверхность жидкости действует абсолютное давление $p_0 = 135$ кПа (рис. 2.12). Определить показание ртутного пьезометра, присоединенного к резервуару, если глубина воды в резервуаре $h_2 = 0{,}75$ м, относительная плотность ртути $\delta = 13{,}6$.

2.15. Определить абсолютное давление p_0 в закрытом резервуаре, если в трубке, присоединенной к резервуару, ртуть поднялась на $h = 0{,}2$ м (рис. 2.13). Атмосферное давление $p_{атм} = 0{,}1$ МПа, плотность ртути $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

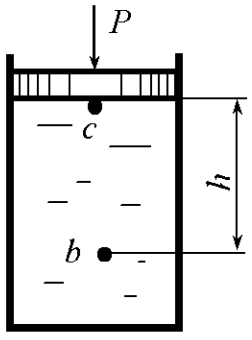


Рис. 2.11

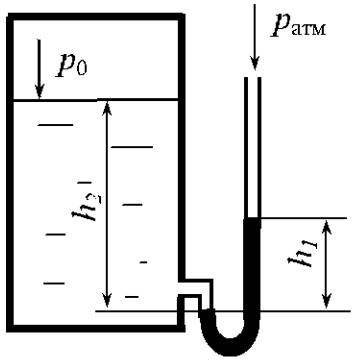


Рис. 2.12

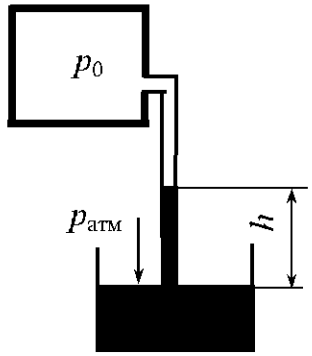


Рис. 2.13

2.16. Определить избыточное давление $p_{0и}$ в закрытом резервуаре при условии: $h_1 = 0{,}6$ м, плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3, атмосферное давление $p_{атм} = 0{,}1$ МПа (рис. 2.14)? Чему равно абсолютное давление на дно резервуара при $h_2 = 1{,}0$ м. Построить эпюру избыточного давления на боковую поверхность резервуара.

2.17. Определить, при каком значении вакуумметрического давления $p_{0в}$ в закрытом резервуаре жидкость поднимается на высоту $h = 0{,}5$ м (рис. 2.13). Плотность жидкости $\rho = 1100$ кг/м^3, атмосферное давление $p_{атм} = 0{,}1$ МПа.

2.18. На какую высоту h поднимется вода в пьезометре, если сила, действующая на плунжер, $P = 200$ Н, диаметр плунжера $d = 0{,}10$ м, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, $a = 0{,}3$ м (рис. 2.15). Построить эпюру избыточного давления на верхнюю поверхность резервуара.

2.19. На какую высоту h поднимется ртуть в трубке, присоединенной к закрытому резервуару (рис. 2.13), вакуумметрическое давление в котором $p_{0в} = 0{,}6 \cdot 10^5$ Па. Плотность ртути $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

2.20. В U-образной трубке налиты ртуть и вода (рис. 2.16). Определить h при условии: $h_{рт} = 0{,}08$ м; плотность ртути $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3.

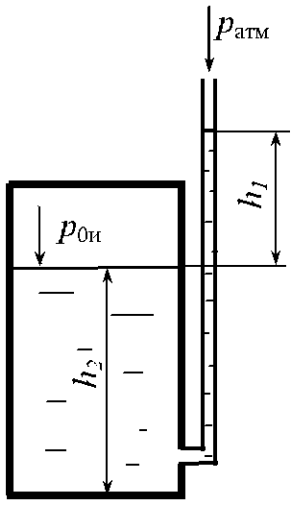


Рис. 2.14

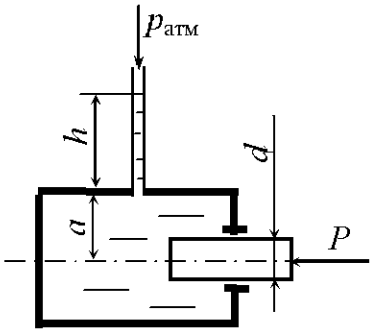


Рис. 2.15

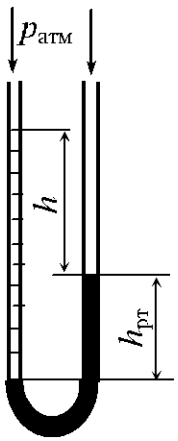


Рис. 2.16

2.21. Определить, на какой глубине h в открытом резервуаре избыточное давление составляет $p_{\text{и}} = 10^4$ Па. Плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3 (рис. 2.8).

2.22. Определить, на какой глубине в закрытом резервуаре абсолютное давление составляет $p = 2 \cdot 10^5$ Па, если на поверхности воды избыточное давление $p_{0\text{и}} = 35$ кПа (рис. 2.17).

2.23. Определить абсолютное и избыточное давления в точке, расположенной на дне отстойника (рис. 2.18). В отстойнике находятся две жидкости: внизу – глицерин, высота которого $h_2 = 0{,}4$ м, а плотность $\rho_{\text{г}} = 1250$ кг/м^3; вверху – масло, высота которого $h_1 = 1{,}3$ м, а плотность $\rho_{\text{м}} = 750$ кг/м^3.

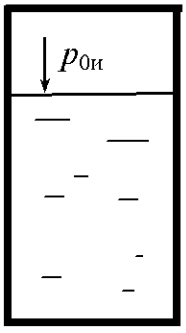


Рис. 2.17

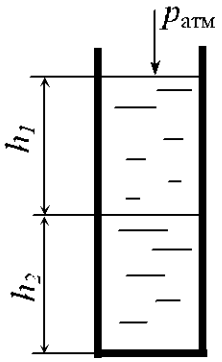


Рис. 2.18

2.24. В отстойнике (рис. 2.18) находятся две жидкости: внизу – вода, высота которой $h_2 = 0{,}5$ м; вверху – масло, относительная плотность которого $\delta = 0{,}85$. Определить высоту столба масла h_1, если абсолютное давление в точке, расположенной на дне отстойника, $p = 107$ кПа.

2.25. В отстойнике (рис. 2.18) находятся две жидкости: внизу – глицерин, относительная плотность которого $\delta = 1{,}25$; вверху – вода, высота которой $h_1 = 0{,}75$ м. Определить высоту столба глицерина h_2, если избыточное давление в точке, расположенной на дне отстойника, $p = 23$ кПа.

2.26. Определить давление в точках b и c (рис. 2.19), расположенных на внутренней поверхности соответственно нижней и верхней крышек резервуара, который заполнен водой, если показания ртутного вакуумметра: $h_2 = 0{,}7$ м, $h_1 = 1{,}20$ м, $H = 1$ м.

2.27. Определить показания ртутного вакуумметра h_2 (рис. 2.19), который присоединен к резервуару, заполненному водой. Абсолютное давление в точке b, расположенной на внутренней поверхности нижней крышки резервуара, $p_{абс} = 45$ кПа, $H = 1{,}3$ м, $h_1 = 1{,}4$ м.

2.28. Определить показания ртутного вакуумметра h_2 (рис. 2.19), если избыточное давление в точке c, расположенной на внутренней поверхности верхней крышки резервуара, который заполнен водой, $p_и = 8$ кПа, $H = 0{,}2$ м, $h_1 = 2{,}1$ м.

2.29. При измерении уровня нефти ($\rho_н = 900$ кг/м^3) в резервуаре используют барботажный метод. По трубке продувают воздух при избыточном давлении $p_и = 0{,}9 \cdot 10^5$ Па. Определить уровень нефти H, если $h = 0{,}2$ м (рис. 2.20).

2.30. При измерении в резервуаре уровня нефти ($\rho_н = 850$ кг/м^3) барботажным методом по трубке продувают воздух. Определить показания манометра, присоединенного к трубке, если уровень нефти $H = 8{,}65$ м, а $h = 0{,}25$ м (рис. 2.20).

2.31. При измерении уровня жидкости в резервуаре барботажным методом по трубке продувают воздух, при этом показания манометра $p_м =$ $= 75$ кПа. Определить уровень жидкости в резервуаре H. Относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}86$, $h = 0{,}2$ м (рис. 2.20).

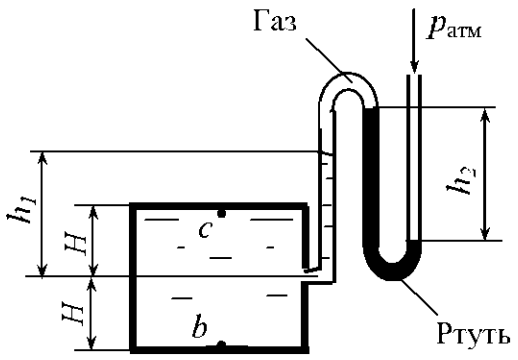


Рис. 2.19

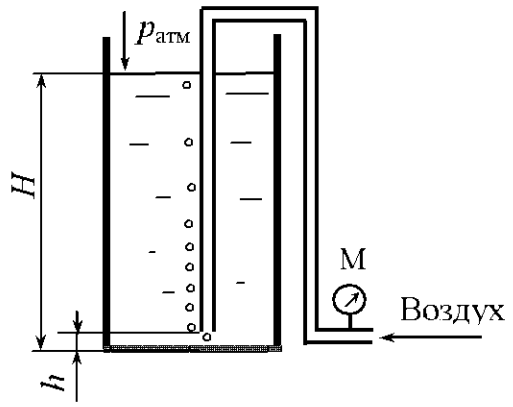


Рис. 2.20

2.32. При барботажном методе определения плотности нефти по двум трубкам продувают воздух. Определить плотность нефти, если $H_1 = 1$ м, $H_2 = 2$ м, а показание ртутного дифференциального манометра $h = 66$ мм (рис. 2.21).

2.33. Определить разность заглубления Δh барботажных трубок в резервуар с жидкостью, по которым прокачивается воздух (рис. 2.21). Резервуар заполнен жидкостью, относительная плотность которой $\delta = 0{,}85$. Показание ртутного дифференциального манометра $h = 53$ мм.

2.34. Определить уровень нефти H ($\rho_н = 900$ кг/м^3) в закрытом резервуаре, если манометры M_1 и M_2 показывают давление соответственно $0{,}2 \cdot 10^5$ и $1{,}1 \cdot 10^5$ Па, $h = 0{,}2$ м (рис. 2.22).

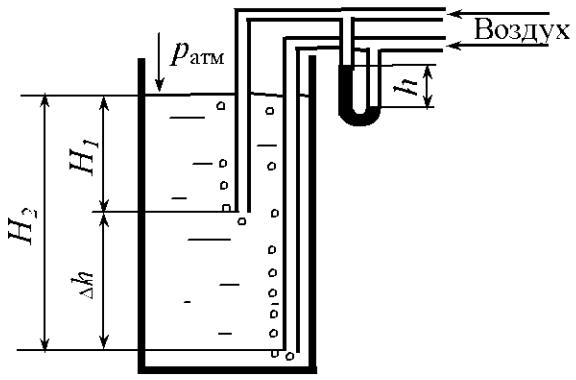


Рис. 2.21

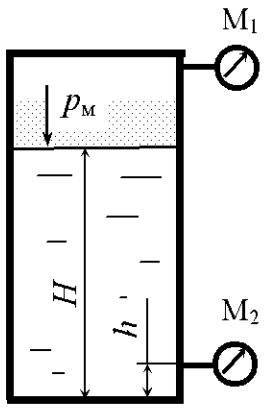


Рис. 2.22

2.35. Определить показания манометра M_2 в закрытом резервуаре, если манометр M_1 показывает давление 15 кПа, уровень жидкости в резервуаре $H = 4{,}3$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}25$, $h = 0{,}35$ м (рис. 2.22).

2.36. Определить показания манометра M_1 в закрытом резервуаре, если манометр M_2 показывает давление 75 кПа, уровень жидкости в резервуаре $H = 5{,}9$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}15$, $h = 0{,}25$ м (рис. 2.22).

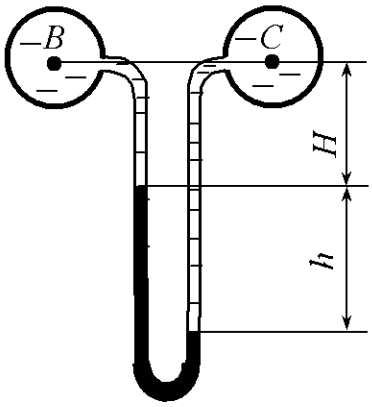


Рис. 2.23

2.37. Абсолютное давление в трубопроводе B $p_B = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па (рис. 2.23). Определить избыточное давление в трубопроводе C, если оба трубопровода заполнены водой, а показание дифференциального ртутного манометра $h = 20$ см ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3).

2.38. Определить разность давлений в трубопроводах B и C (рис. 2.23), если оба трубопровода

заполнены водой, а показание дифференциального ртутного манометра $h = 320$ мм ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3).

2.39. Абсолютное давление в трубопроводе B $p_B = 185$ кПа (рис. 2.23). Определить абсолютное и избыточное давления в трубопроводе C, если трубопровод B заполнен жидкостью с относительной плотностью $\delta = 1{,}18$, трубопровод C – водой. Показания дифференциального ртутного манометра: $h = 0{,}25$ м, $H = 0{,}85$ м ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3).

2.40. Вакуумметрическое давление в трубопроводе B $p_B = 25$ кПа (рис. 2.23). Определить избыточное давление в трубопроводе C, если трубопровод B заполнен жидкостью с относительной плотностью $\delta_B = 1{,}25$, а трубопровод C – $\delta_C = 0{,}85$. Показания дифференциального ртутного манометра: $h = 0{,}25$ м, $H = 0{,}75$ м ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3).

2.41. Абсолютное давление в трубопроводе c $p_c = 1{,}1 \cdot 10^5$ Па (рис. 2.4). Определить давление в трубопроводе b, если $h_1 = 0{,}6$ м, $h_2 = 1{,}0$ м, а показание дифференциального ртутного манометра $h_3 = 20$ см ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3). Трубопроводы заполнены водой.

2.42. Для измерения малых давлений трубка пьезометра расположена наклонно под углом $\alpha = 30^\circ$ (рис. 2.24). Относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}8$. Определить показание l при абсолютном давлении $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па. Смещением уровня жидкости в сосуде пренебречь.

2.43. Для измерения малых давлений трубка пьезометра расположена наклонно под углом $\alpha = 30^\circ$ (рис. 2.25). Относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}8$. Определить абсолютное давление p_0, если показание $l = 255$ мм. Смещением уровня жидкости в сосуде пренебречь.

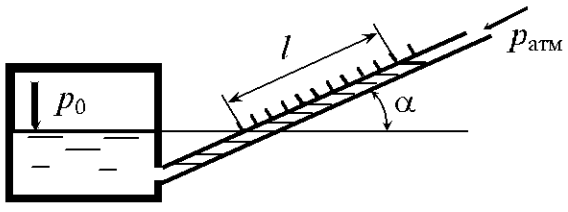


Рис. 2.24

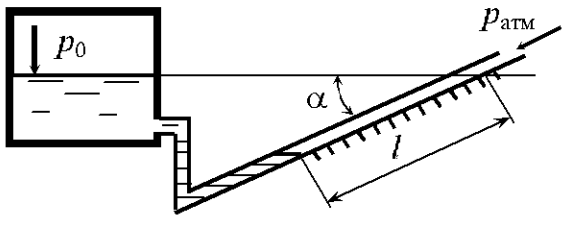


Рис. 2.25

2.44. К резервуару, заполненному нефтью, присоединен пьезометр (рис. 2.26). Определить абсолютное давление p_0 на поверхности жидкости в резервуаре, если высота нефти в трубке пьезометра $h = 2$ м. Плотность нефти $\rho_н = 800$ кг/м^3.

2.45. К резервуару присоединен пьезометр(рис. 2.26). В резервуаре и трубке пьезометра находится минеральное масло, относительная плотность которого $\delta = 0{,}85$. Определить высоту h масла в трубке пьезометра, если абсолютное давление на поверхности жидкости в резервуаре $p_0 = 128$ кПа.

2.46. К резервуару, заполненному минеральным маслом, присоединен пьезометр (рис. 2.26). Абсолютное давление на поверхности жидкости в резервуаре p_0 =1,18 кг/см^2. Определить плотность минерального масла, если высота его подъема в трубке пьезометра h = 2,0 м.

2.47. Определить избыточное давление на поверхности воды в резервуаре (рис. 2.27), если высота подъема ртути в трубке $h_2 = 0{,}7$ м ($\rho_{рт}$ = = 13600 кг/м^3), а высота $h_1 = 0{,}25$ м.

2.48. Определить высоту подъема ртути в трубке h_2 ($\rho_{рт}$ = 13600 кг/м^3) (рис. 2.27), если абсолютное давление на поверхности воды в резервуаре $p_0 = 0{,}156$ МПа, высота $h_1 = 0{,}35$ м.

2.49. Определить абсолютное давление p_0 на поверхности воды в трубке (рис. 2.27), если высота подъема ртути в трубке $h_2 = 0{,}28$ м ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3), высота $h_1 = 0{,}15$ м.

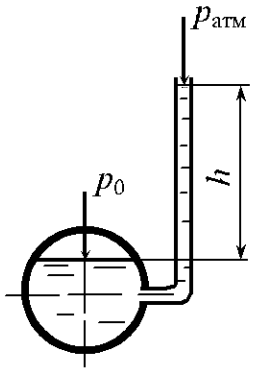


Рис. 2.26

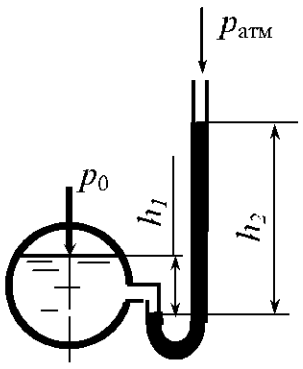


Рис. 2.27

2.50. Определить разность давлений в сосудах B и C (рис. 2.23), заполненных водой, если уровни воды в них одинаковы, а высота $H = 1{,}2$ м, показание ртутного манометра ($\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3) $h = 0{,}85$ м.

2.51. Определить вакуумметрическое давление в сосуде (рис.2.28), если уровень ртути в вакуумметре $h = 0{,}15$ м.

2.52. Определить показание ртутного вакуумметра h (рис.2.28), если вакуумметрическое давление в сосуде $p_в = 24{,}5$ кПа.

2.53. Определить абсолютное давление газа в сосуде (рис.2.28), если уровень ртути в вакуумметре $h = 358$ мм.

2.54. В сообщающиеся сосуды налиты вода ($\rho = 1000$ кг/м^3) и бензин (рис. 2.29). Определить плотность бензина $\rho_б$, если высота налива воды $h_1 = 0{,}25$ м, а разность уровней $h_2 = 0{,}10$ м.

2.55. В сообщающиеся сосуды налиты жидкости, имеющие относительные плотности соответственно в левом $\delta = 1{,}23$, в правом $\delta = 0{,}75$ (рис. 2.29). Определить разность уровней h_2, если высота жидкости в левом сосуде $h_1 = 0{,}45$ м.

2.56. В сообщающиеся сосуды налиты жидкости, имеющие относительные плотности соответственно в левом $\delta = 1{,}15$, в правом $\delta = 0{,}83$ (рис. 2.29). Определить разность уровней h_2, если абсолютное давление в точке c $p_c = 128$ кПа.

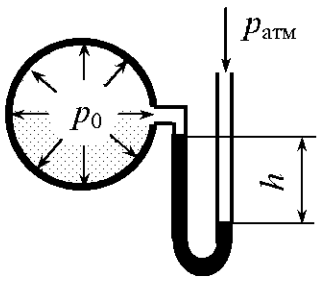


Рис. 2.28

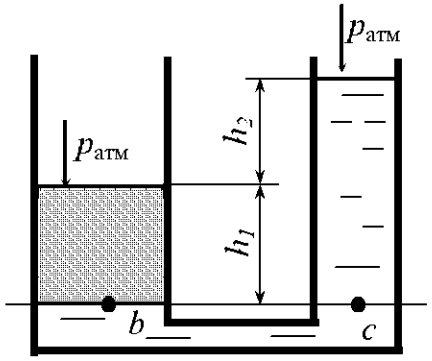


Рис. 2.29

2.57. Манометр, подключенный к закрытому резервуару с нефтью ($\rho_н = 900$ кг/м^3), показывает избыточное давление $p_м = 40$ кПа (рис. 2.30). Определить абсолютное давление воздуха на поверхности жидкости p_0 и

уровень жидкости в пьезометре h_p, если уровень нефти в резервуаре $H = 3{,}5$ м, а расстояние от точки подключения до центра манометра $z = 1{,}2$ м.

2.58. К закрытому резервуару с жидкостью на разной высоте подключены манометр и пьезометр (рис. 2.30). Определить показания манометра, если относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}15$, уровень жидкости в резервуаре $H = 4{,}5$ м, уровень жидкости в пьезометре $h_p = 1{,}8$ м, а расстояние от точки подключения до центра манометра $z = 45$ см.

2.59. Манометр, подключенный к закрытому резервуару с нефтью ($\rho_н = 850$ кг/м^3), показывает избыточное давление $p_м = 45$ кПа (рис. 2.30). Определить уровень нефти в резервуаре, если уровень жидкости в пьезометре $h_p = 1{,}2$ м, а расстояние от точки подключения до центра манометра $z = 0{,}85$ м. Атмосферное давление принять равным $p_{атм} = 98100$ Па.

2.60. На какую высоту h поднимется бензин в трубке (рис. 2.31), опущенной в бак, если избыточное давление на поверхности бензина в баке $p_{0и} = 0{,}01$ МПа. Плотность бензина равна $\rho_б = 720$ кг/м^3.

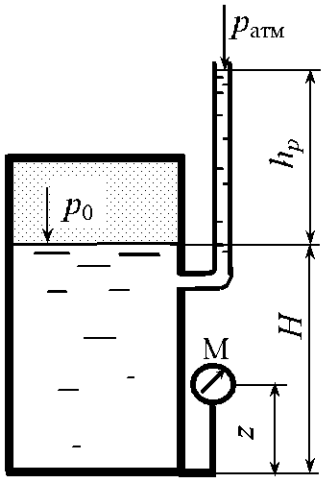


Рис. 2.30

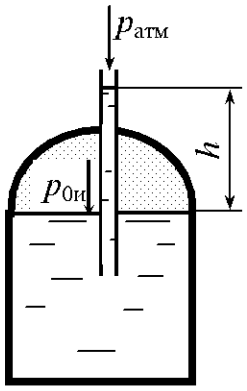


Рис. 2.31

3. СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ СТЕНКИ

Общие сведения

Полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна сумме сил внешнего давления p_0 и избыточного давления, создаваемого весом жидкости, $\rho g h_{0C}$ [6]:

$$P_{\text{полн}} = (p_0 + \rho g h_{0C})\omega, \qquad (3.1)$$

где h_{0C} – расстояние по вертикали от центра тяжести площади ω до свободной поверхности жидкости (рис. 3.1).

Единицей силы давления является ньютон (Н). Более удобными для практического использования являются кратные единицы – килоньютон (кН) и меганьютон (МН): 1 кН = 10^3 Н, 1 МН= 10^6 Н.

В технике определяют силы избыточного давления жидкости на плоскую стенку

$$P_{\text{п}} = (p_{0\text{п}} + \rho g h_{0C})\omega. \qquad (3.2)$$

В большинстве случаев требуется определить результирующую силу давления.

Если на одну сторону плоской стенки оказывает давление жидкость, а на другую (несмоченную) – атмосферное давление, то результирующая сил давления, нормальная к ней, определяется по формуле (3.2), которую можно преобразовать следующим образом (рис. 3.1) [6]:

$$P = p_{C\text{п}}\omega = \rho g h_C \omega, \qquad (3.3)$$

где $p_{C\text{п}}$ – избыточное давление в центре тяжести площади ω,

$$p_{C\text{п}} = p_{0\text{п}} + \rho g h_{0C};$$

ω – смоченная площадь стенки;

h_C – расстояние по вертикали от центра тяжести площади ω до пьезометрической плоскости.

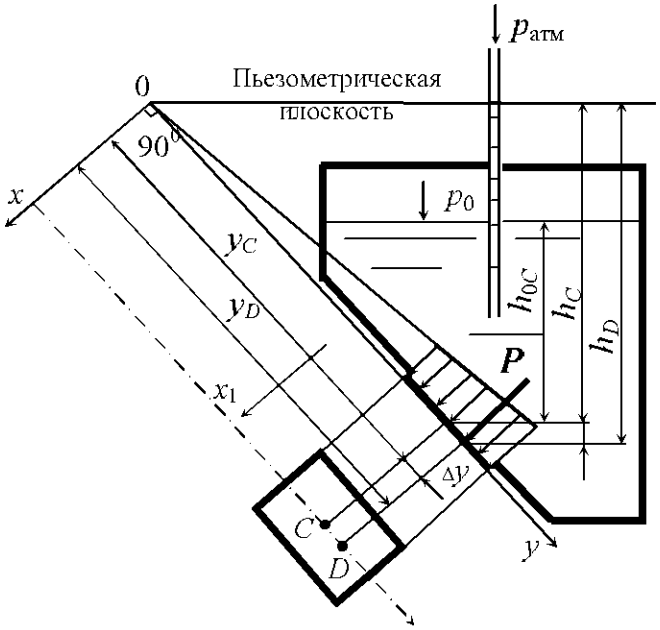


Рис. 3.1

При избыточном давлении $p_{0и}$ на свободную поверхность пьезометрическая плоскость проходит над свободной поверхностью жидкости на расстоянии $h_{0и} = p_{0и}/\rho g$.

Если $p_{0и} = 0$, то пьезометрическая плоскость совпадает со свободной поверхностью и нагрузка на стенку создаётся только давлением жидкости.

Центр давления – точка пересечения линии действия силы P с плоскостью стенки. Положение центра давления (точка D) в плоскости стенки определяется по формулам

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{\omega y_C}; \tag{3.4}$$

$$\Delta y = y_D - y_C = \frac{I_C}{\omega y_C}, \tag{3.5}$$

где y_D, y_C – расстояния от центра давления D и центра тяжести C площади стенки до линии пересечения с пьезометрической плоскостью; Δy – смещение центра давления относительно центра тяжести вдоль оси y; I_C – момент инерции площади стенки относительно горизонтальной оси x_1, проходящей через центр тяжести площади стенки.

Формулу (3.4) можно привести к виду

$$h_D = h_C + \frac{I_C}{\omega h_C}\sin\alpha, \tag{3.6}$$

где h_D, h_C – вертикальные расстояния соответственно от центра давления D и центра тяжести C площади стенки до пьезометрической плоскости; α – угол наклона стенки к горизонту.

Для вертикальной стенки ($\alpha = 90^\circ$)

$$h_D = h_C + \frac{I_C}{\omega h_C}, \tag{3.7}$$

смещение центра давления

$$\Delta h = h_D - h_C = \frac{I_C}{\omega h_C}. \tag{3.8}$$

Для горизонтальной стенки ($\alpha = 0$) имеем $h_D = h_C$ (центр давления и центр тяжести совпадают).

В прил. 3 даны моменты инерции I_C площадей некоторых плоских симметричных фигур и координаты их центров тяжести.

Приведенные выше зависимости справедливы при любом избыточном давлении $p_{Cи}$ в центре тяжести C площади стенки, в том числе и при

отрицательном избыточном давлении, т.е. когда в точке C вакуумметрическое давление. В этом случае пьезометрическая плоскость проходит ниже центра тяжести стенки (рис. 3.2) и расстояния y_C и h_C становятся отрицательными. При этом центр давления D расположен выше центра тяжести ($\Delta y < 0$), а результирующая сила, воспринимаемая стенкой, направлена внутрь жидкости. На рис. 3.2 $h_{0в}$ – вакуумметрическая высота, $h_{0в} = \frac{p_{0в}}{\rho g}$.

При воздействии жидкостей на плоскую стенку с двух сторон следует сначала определить силы давления на каждую сторону стенки, а затем найти их результирующую по правилам сложения параллельных сил (рис. 3.3):

$$P = P_1 - P_2. \tag{3.9}$$

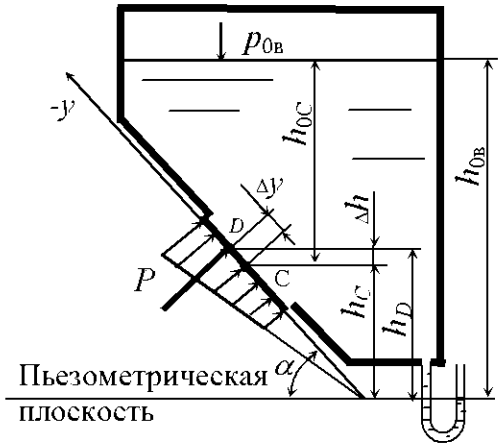


Рис. 3.2

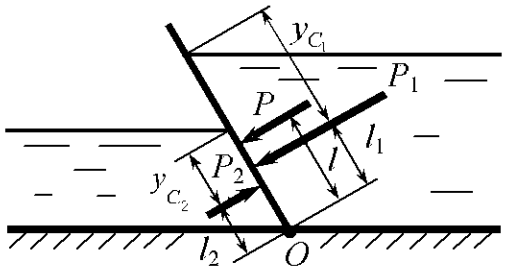


Рис. 3.3

Центр давления результирующей силы P определяется из уравнения моментов сил относительно точки О:

$$l = \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{P}. \tag{3.10}$$

Если плотности жидкостей одинаковы, то в некоторых случаях результирующую силу давления на стенку удобно найти по суммарной эпюре нагрузки, интенсивность которой равна разности давлений, действующих по обе стороны стенки в каждой точке ее поверхности.

На рис. 3.4 показано определение силы давления с помощью такой эпюры в случае двустороннего воздействия жидкостей одинаковой плотности ρ на стенку при различных уровнях H_1 и H_2 по обе стороны стенки и одинаковом давлении на свободные плоскости I и II.

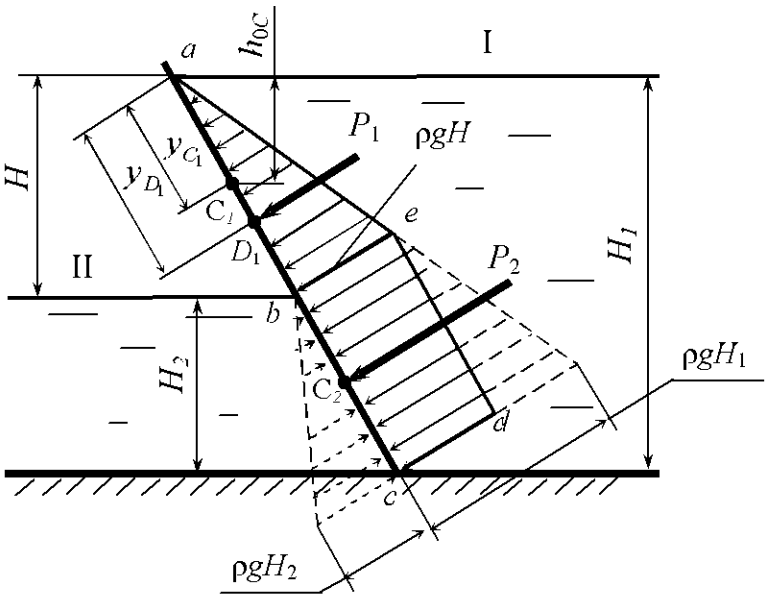


Рис. 3.4

Для верхнего участка стенки ab, подверженного одностороннему давлению жидкости (эпюра нагрузки в плоскости чертежа представляет треугольник abe), сила давления P_1 определяется по формуле (3.3):

$$P_1 = \rho g h_{0C} \omega_1,$$

где h_{0C} – вертикальное расстояние от центра тяжести C_1 верхнего участка стенки до свободной поверхности I; ω_1 – площадь этого участка.

Координата y_{D_1} центра давления участка ab определяется по формуле (3.4).

На нижнем участке bc разность давлений по обе стороны стенки постоянная. Это следует из эпюр давления на каждую сторону стенки (треугольники с основаниями $\rho g H_1$ и $\rho g H_2$). Суммарная эпюра нагрузки для участка bc представляет в плоскости чертежа прямоугольник $bcde$ с высотой $\rho g H$ ($H = H_1 - H_2$ – разность уровней жидкости).

Сила давления, воспринимаемая нижним участком,

$$P_2 = \rho g H \omega_2, \qquad (3.11)$$

где ω_2 – площадь нижнего участка стенки.

Сила P_2 проходит через центр тяжести C_2 площади ω_2.

Результирующая сила $P = P_1 + P_2$, линия ее действия делит отрезок между точками D_1 и C_2 на части, обратно пропорциональные силам P_1 и P_2.

На рис. 3.5 показаны примеры построения эпюр давления на плоские стенки: *а* – при атмосферном давлении; *б* – двустороннем давлении жидкости; *в* – избыточном давлении; *г* – вакуумметрическом давлении.

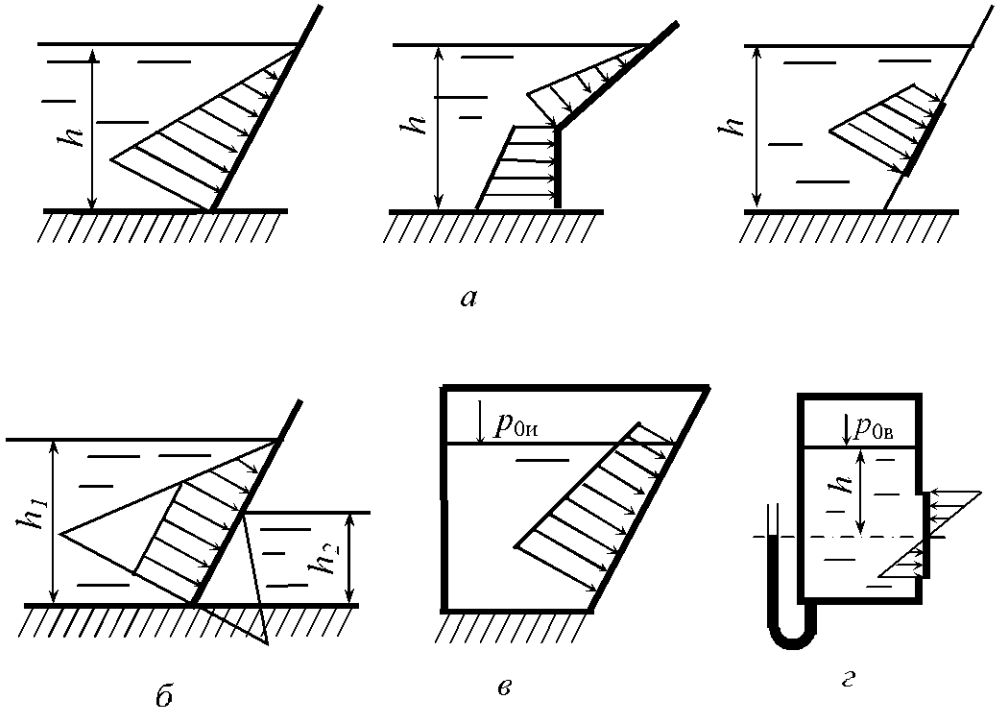


Рис. 3.5

Примеры решения задач

Задача 3.1. Определить силу давления на вертикальную прямоугольную перегородку закрытого резервуара высотой $L = 3$ м и шириной $B = 1$ м, по обе стороны которой различны как уровни воды, так и давления газа. Исходные данные: $H_1 = 2$ м, $H_2 = 1$ м, $p_{01} = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па, $p_{02} = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па, $g = 10$ м/с^2 (рис. 3.6, *а*, *б*).

Решение.

Первый вариант. Силу давления, создаваемую весом воды, на перегородку приведем к двум силам (рис. 3.6, *а*): силе, действующей на перегородку слева,

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho g H_1^{\,2} B = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2^2 \cdot 1 = 2 \cdot 10^4 \text{ Н},$$

и силе, действующей на перегородку справа,

$$P_2 = \frac{1}{2}\rho g H_2^{\,2} B = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1^2 \cdot 1 = 0{,}5 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

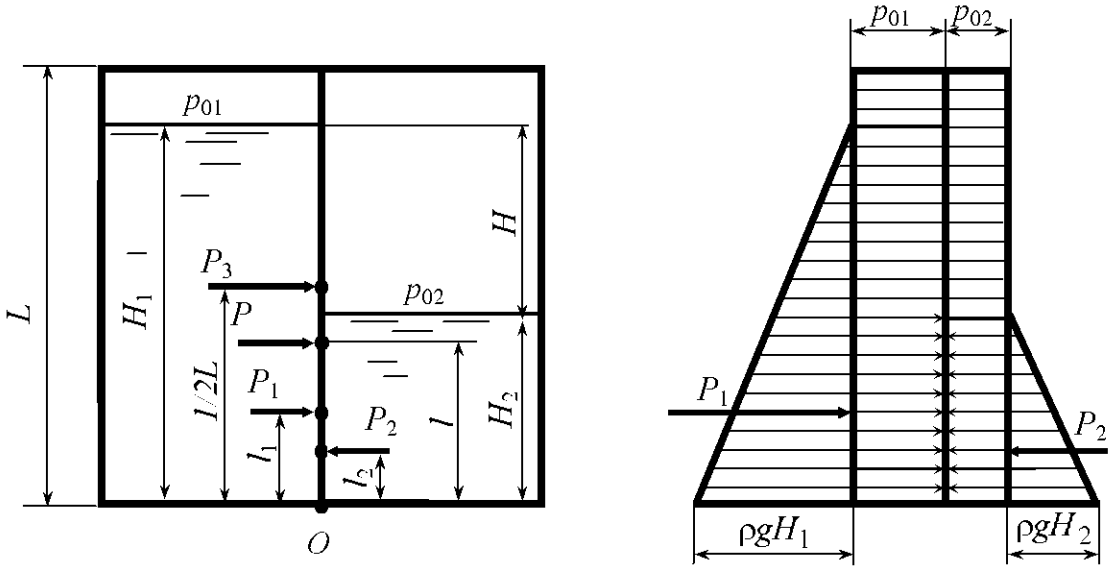


Рис. 3.6, *а*

Силы P_1 и P_2 приложены в точках, расположенных на расстояниях соответственно l_1 и l_2 от дна резервуара:

$$l_1 = H_1 - h_{D_1} = H_1 - \frac{1}{2}H_1 - \frac{BH_1^{\,3}}{12 \cdot BH_1 \dfrac{H_1}{2}} = 1 - \frac{1 \cdot 2^3}{12 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 0{,}67 \text{ м};$$

$$l_2 = H_2 - h_{D_2} = H_2 - \frac{1}{2}H_2 - \frac{BH_2^{\,3}}{12 \cdot BH_2 \dfrac{H_2}{2}} = 0{,}5 - \frac{1 \cdot 1^3}{12 \cdot 1 \cdot 0{,}5} = 0{,}33 \text{ м}.$$

Сила двустороннего давления газа на перегородку

$$P_3 = (p_{01} - p_{02})BL = \left(1{,}5 \cdot 10^5 - 0{,}5 \cdot 10^5\right) 1 \cdot 3 = 3 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Линия действия силы P_3 проходит по середине высоты перегородки L.

Результирующая сила, воспринимаемая перегородкой,

$$P = P_1 - P_2 + P_3 = 2 \cdot 10^4 - 0{,}5 \cdot 10^4 + 30 \cdot 10^4 = 31{,}5 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Уравнение суммы моментов сил, действующих на перегородку, относительно точки O имеет вид

$$Pl = P_1 l_1 - P_2 l_2 + P_3 \frac{1}{2}L.$$

Отсюда

$$l = \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2 + P_3 \cdot \dfrac{1}{2}L}{P} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0{,}67 - 0{,}5 \cdot 10^4 \cdot 0{,}34 + 30 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5}{31{,}5 \cdot 10^4} = 1{,}47 \text{ м}.$$

Второй вариант. Давление жидкости на перегородку приведем к двум силам P_1 и P_2 (рис. 3.6, *б*). Силу P_1 на участке одностороннего давления определим по формуле (3.3):

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho g H^2 B = \frac{1}{2}\cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1^2 \cdot 1 =$$

$$= 5\cdot 10^3 \text{Í}\ .$$

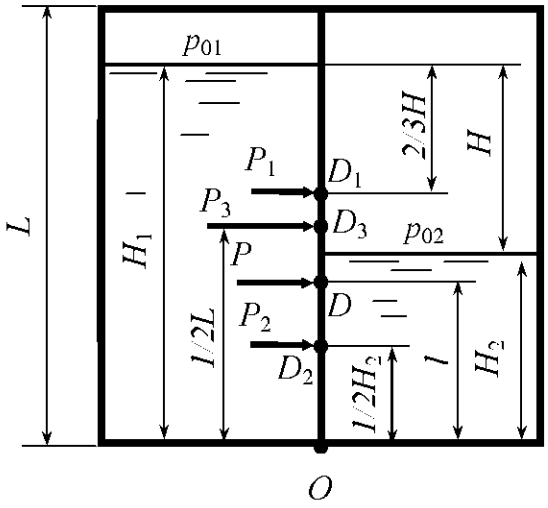


Рис. 3.6, *б*

Координату центра давления D_1 найдем по формуле (3.7), в которой

$$I_C = \frac{BH^3}{12},$$

$$h_{D_1} = \frac{H}{2} + \frac{BH^3}{12BH\cdot\dfrac{H}{2}} = \frac{2}{3}H = \frac{2}{3}\cdot 1 = 0{,}67 \text{ м}.$$

Силу P_2 на участке двустороннего давления жидкости определим по формуле (3.11), в которой $\omega_2 = H_2 B$:

$$P_2 = \rho g H H_2 B = 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10 \cdot 10^3 \text{Н}.$$

Линия действия силы P_2 проходит по середине высоты H_2.

Сила двустороннего давления газа

$$P_3 = (p_{01} - p_{02})BL = (1{,}5\cdot 10^5 - 0{,}5\cdot 10^5)\cdot 1\cdot 3 = 3\cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Линия действия силы P_3 проходит по середине высоты перегородки L.

Результирующая сила, воспринимаемая перегородкой,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 5\cdot 10^3 + 10\cdot 10^3 + 3\cdot 10^5 = 3{,}15\cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Уравнение суммы моментов сил, действующих на перегородку, относительно точки O

$$Pl = P_1\left(H_1 - \frac{2}{3}H\right) + P_2\frac{1}{2}H_2 + P_3\frac{1}{2}L,$$

где l – координата центра давления D результирующей силы относительно точки O.

Отсюда

$$l = \frac{P_1\left(H_1 - \frac{2}{3}H\right) + P_2\frac{1}{2}H_2 + P_3\frac{1}{2}L}{P} =$$

$$= \frac{5\cdot 10^3(2-0{,}67) + 10\cdot 10^3\cdot 0{,}5 + 3\cdot 10^5\cdot\frac{1}{2}\cdot 3}{3{,}15\cdot 10^5} = 1{,}47 \text{ м}.$$

Задача 3.2. Аппарат, плавающий на поверхности воды ($\rho = 1020$ кг/м^3), имеет люк, закрытый изнутри плоской крышкой диаметром $d = 0{,}8$ м (рис. 3.7). Определить силу давления P на крышку, если внутри аппарата вакуумметрическое давление $p_в = 2$ кПа. Найти расстояние Δl от линии действия этой силы до оси люка.

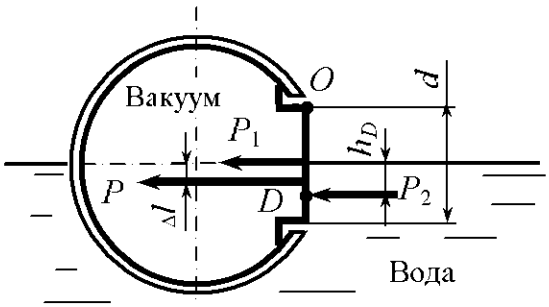


Рис. 3.7

Решение. Силу, действующую на внутреннюю поверхность крышки аппарата, определим по формуле (3.3):

$$P_1 = p_{Cи}\omega_1 = p\frac{\pi d^2}{4} = 2\cdot 10^3\frac{\pi\cdot 0{,}8^2}{4} = 1005 \text{ Н}.$$

Так как внутри аппарата вакуумметрическое давление (отрицательное избыточное), то сила направлена внутрь аппарата. Эта сила приложена в центре тяжести поверхности крышки, так как давление в каждой точке внутренней поверхности крышки одинаково. Силу давления воды, действующую на внешнюю поверхность крышки, определим также по формуле (3.3):

$$P_2 = p_{Cи}\omega_2 = \rho g h_C\frac{1}{2}\frac{\pi d^2}{4},$$

где $h_C = \frac{4}{3}\frac{R}{\pi} = \frac{2\text{d}}{3\pi} = \frac{2\cdot 0{,}8}{3\pi} = 0{,}170$м.

Тогда

$$P_2 = 1020\cdot 9{,}81\cdot 0{,}170\cdot\frac{1}{2}\frac{\pi\cdot 0{,}8^2}{4} = 427\text{Н}.$$

Результирующая сила, действующая на крышку,

$$P = P_1 + P_2 = 1005 + 427 = 1432 \text{ Н}.$$

Расстояние Δl определяем из уравнения суммы моментов сил, действующих на крышку, относительно точки O

$$P\left(\frac{d}{2}+\Delta l\right)=P_1\frac{d}{2}+P_2\left(\frac{d}{2}+h_D\right),$$

где h_D – вертикальное расстояние от центра давления D до пьезометрической плоскости, которая совпадает со свободной поверхностью воды,

$$h_D=h_C+\frac{I_C}{h_C\omega_2}.$$

Согласно [6]

$$I_C=\frac{9\pi^2-64}{72\pi}R^4=\frac{9\cdot 3{,}14^2-64}{72\cdot 3{,}14}0{,}4^4=0{,}00280\ \text{м}^4.$$

Тогда

$$h_D=0{,}170+\frac{0{,}00280}{0{,}170\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}8^2}{4}}=0{,}236\ \text{м};$$

$$\Delta l=\frac{P_1\frac{d}{2}+P_2\left(\frac{d}{2}+h_D\right)-P\frac{d}{2}}{P}=\frac{P_2h_D}{P}=\frac{427\cdot 0{,}236}{1432}=0{,}07\ \text{м}.$$

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Открытая цистерна диаметром $D=2{,}2$ м заполнена бензином (рис. 3.8), плотность которого $\rho_б=720$ кг/м^3. Уровень бензина от дна $h=2{,}4$ м. Определить силу гидростатического давления бензина на торцовую стенку и положение центра давления.

3.2. Открытый сосуд заполнен водой ($\rho=1000$ кг/м^3) до высоты $H=0{,}2$ м (рис.3.9). Определить силу давления воды на дно и натяжение веревки, на которой он подвешен, если $D=0{,}3$ м, $d=0{,}15$ м, масса пустого сосуда $m=5$ кг.

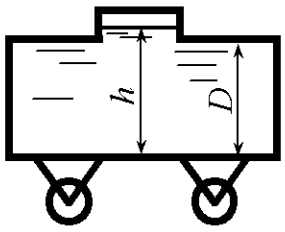


Рис. 3.8

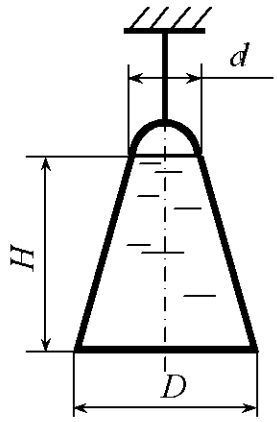


Рис. 3.9

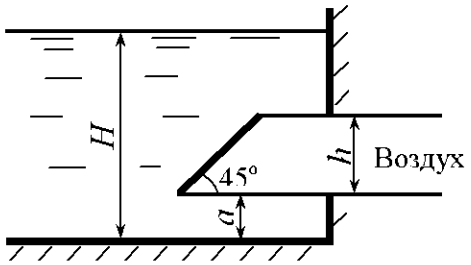


Рис. 3.10

3.3. Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на прямоугольный затвор шириной $b = 1{,}2$ м, закрывающий вход в прямоугольную трубу, высота которой $h = 0{,}8$ м (рис. 3.10). Глубина жидкости в резервуаре $H = 3{,}5$ м, $a = 0{,}5$ м.

3.4. На щите (рис. 3.11), наклоненном к горизонту на угол $\alpha = 60^\circ$, имеется отверстие, которое перекрывается круглой крышкой диаметром $d = 0{,}8$ м. Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на крышку люка, $a = 1{,}0$ м.

3.5. Определить силу гидростатического давления жидкости на круглую крышку колодца диаметром $D = 1{,}2$ м (рис. 3.12). Относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}25$, глубины $H_1 = 4{,}5$ м, $H_2 = 1{,}0$ м.

3.6. В крышку цилиндрического резервуара диаметром $D = 2{,}0$ м вставлен пьезометр диаметром $d = 6$ см, высота жидкости в котором $h = 2{,}0$ м (рис. 3.13.) Определить силу гидростатического давления жидкости на крышку, если плотность жидкости $\rho = 800$ кг/м^3.

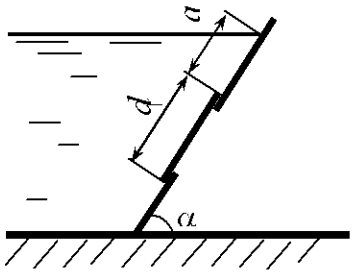


Рис. 3.11

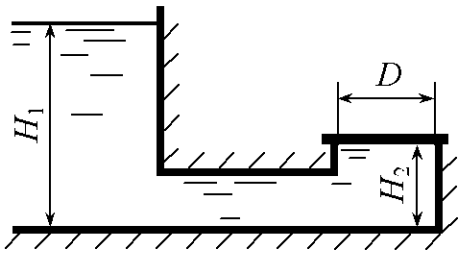


Рис. 3.12

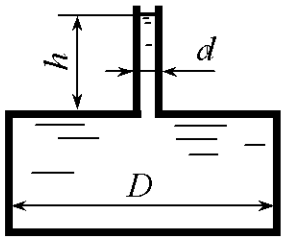


Рис. 3.13

3.7. Определить силу и центр давления воды на стенку шириной $b = 15$ м, глубина воды $h = 3$ м (рис. 3.14).

3.8. Определить равнодействующую силу и центр давления воды на наклонную прямоугольную стенку шириной $b = 10$ м (рис. 3.15), если глубины воды $H_1 = 6$ м, $H_2 = 2$ м, а угол наклона стенки $\alpha = 60^\circ$.

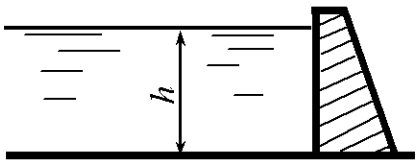


Рис. 3.14

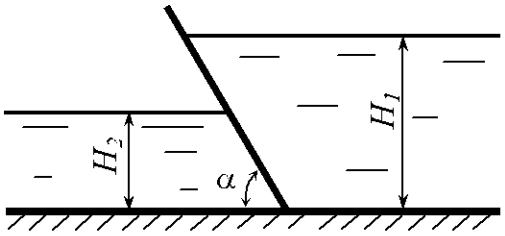


Рис. 3.15

3.9. Определить силу и центр давления воды на стенку шириной $b = 15$ м (рис. 3.16), глубина воды $h = 4$ м, а угол наклона стенки $\alpha = 60^{\circ}$.

3.10. Прямоугольное отверстие высотой $h = 0{,}4$ м и шириной $b = 1{,}0$ м в вертикальной стенке открытого резервуара с водой закрыто щитом (рис.3.17). Определить силу и центр давления воды на щит, если $H = 1{,}3$ м.

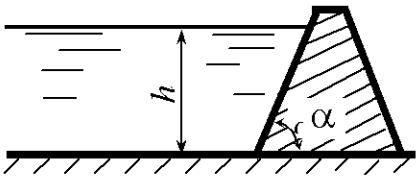


Рис. 3.16

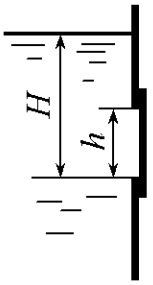


Рис. 3.17

3.11. Конически сходящийся сосуд с размерами $D = 240$ мм, $d = 120$ мм, $H = 50$ мм (рис. 3.18) заполнен ртутью ($\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3). Определить силу давления ртути на дно сосуда и силу давления сосуда на основание, если масса пустого сосуда $m = 5$ кг.

3.12. Определить равнодействующую силу и центр давления воды на прямоугольную стенку шириной $b = 10$ м (рис. 3.19), если глубины воды $H_1 = 5$ м, $H_2 = 3$ м.

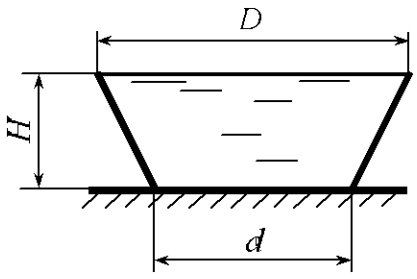


Рис. 3.18

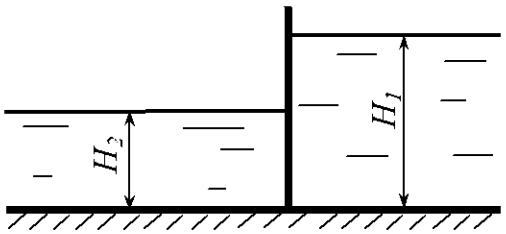


Рис. 3.19

3.13. Определить силу и центр давления воды на квадратный затвор со стороной $a = 1{,}5$ м (рис. 3.20), если глубина воды $H = 4$ м.

3.14. Определить равнодействующую силу гидростатического давления воды на прямоугольный затвор высотой $h = 1{,}6$ м и шириной $b = 2{,}0$ м (рис. 3.21), если глубины воды $H_1 = 3{,}0$ м, $H_2 = 0{,}8$ м. Найти глубину погружения центра давления.

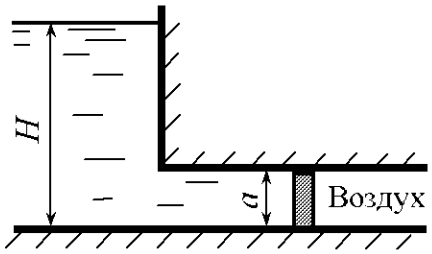


Рис. 3.20

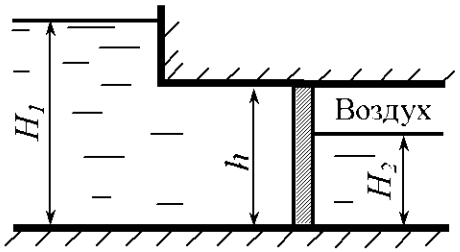


Рис. 3.21

3.15. В вертикальной стенке имеется отверстие, перекрываемое щитом в виде равностороннего треугольника, сторона которого $b = 1{,}5$ м (рис. 3.22). Определить силу гидростатического давления воды и положение центра давления, если $H = 2{,}3$ м.

3.16. В вертикальной стенке (рис. 3.23) имеется отверстие, перекрываемое щитом в виде равностороннего треугольника, сторона которого $b = 2{,}5$ м. Определить силу гидростатического давления воды и положение центра давления, если $H = 3{,}4$ м.

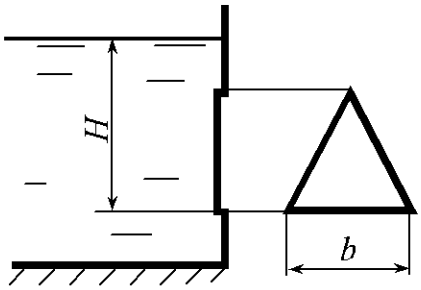


Рис. 3.22

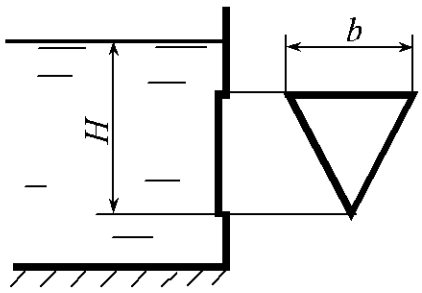


Рис. 3.23

3.17. В вертикальной стенке имеется отверстие, перекрываемое щитом в форме эллипса с размерами $a = 2{,}5$ м, $b = 1{,}5$ м (рис. 3.24). Определить силу гидростатического давления воды и положение центра давления, если $H = 3{,}2$ м.

3.18. В вертикальной стенке имеется отверстие, которое перекрывается щитом в форме эллипса размерами $a = 1{,}5$ м, $b = 2{,}5$ м (рис. 3.25).

Определить силу гидростатического давления воды и положение центра давления, если $H = 0{,}3$ м.

3.19. К крышке цилиндрического резервуара диаметром $D = 2{,}0$ м подсоединён пьезометр диаметром $d = 6$ см, высота жидкости в котором $h = 2{,}0$ м (рис. 3.26.). Определить силы гидростатического давления жидкости на дно и верхнюю крышку, если $H = 1$ м, а плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3.

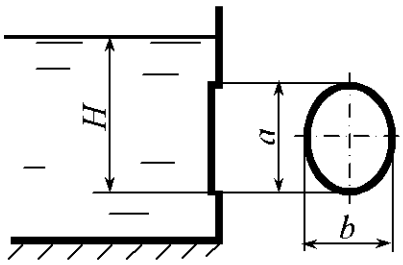


Рис. 3.24

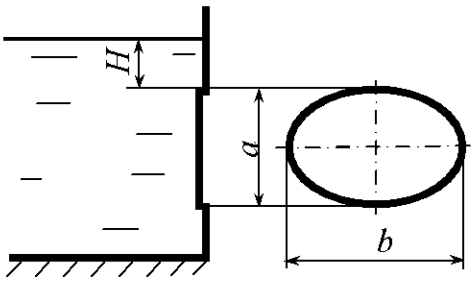


Рис. 3.25

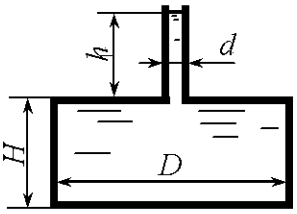


Рис. 3.26

3.20. В закрытый резервуар (рис. 3.27) с избыточным давлением $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па налит керосин плотностью $\rho_к = 860$ кг/м^3. Определить силу гидростатического давления и центр давления керосина на круглую крышку лаза диаметром $d = 1{,}0$ м. Центр тяжести крышки расположен на глубине $H = 3{,}0$ м.

3.21. На поршень одного из сообщающихся сосудов, наполненных водой, действует сила $P_1 = 600$ Н (рис. 3.28). Какую силу P_2 нужно приложить ко второму поршню, чтобы поршни находились в равновесии, если $h = 0{,}4$ м, $d_1 = 0{,}2$ м, $d_2 = 0{,}4$ м?

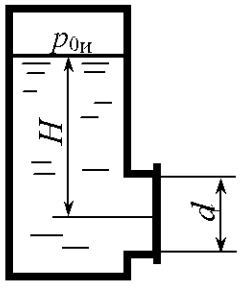


Рис. 3.27

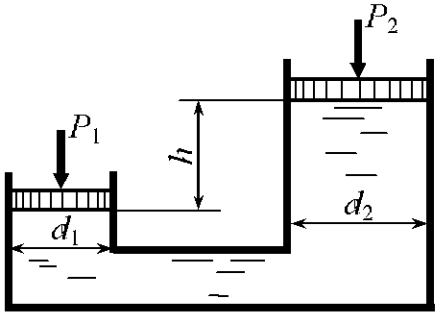


Рис. 3.28

3.22. Определить силу гидростатического давления жидкости на дно резервуара диаметром $d = 4{,}0$ м (рис. 3.29). Избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па. Относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}85$. Глубина жидкости $H = 3$ м.

3.23. В наклонной стенке резервуара имеется треугольное отверстие, которое перекрывается щитом в форме равностороннего треугольника, высота которого $b = 2{,}5$ м (рис. 3.30). Определить силу гидростатического давления воды на щит и глубину погружения центра давления, если $H = 3{,}1$ м, угол наклона щита к горизонту $\alpha = 60^\circ$, а вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па.

3.24. Цистерна диаметром $D = 2{,}2$ м заполнена бензином (рис. 3.31), плотность которого $\rho_б = 720$ кг/м^3, и герметично закрыта. Уровень бензина от дна $h = 2{,}4$ м. Давление паров бензина на свободной поверхности $p_{0и} = 0{,}08 \cdot 10^5$ Па. Определить силу гидростатического давления бензина на торцовую стенку и положение центра давления.

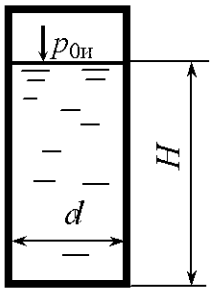


Рис. 3.29

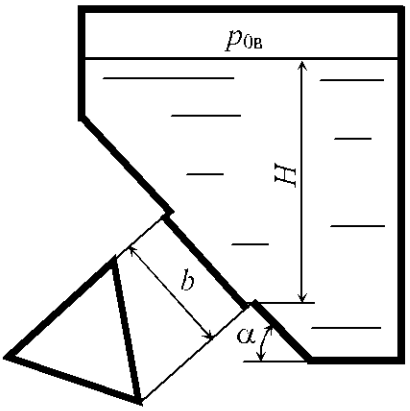


Рис. 3.30

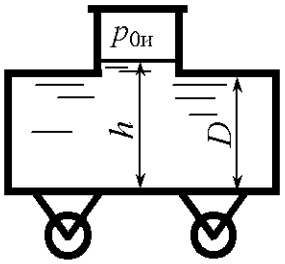


Рис. 3.31

3.25. Прямоугольный поворотный затвор размерами $L \times B = 2 \times 3$ м перекрывает выход воды из резервуара, глубина в котором $H = 5$ м (рис. 3.32). Определить, на каком расстоянии l следует расположить его ось поворота, чтобы для его открытия преодолеть только момент трения.

3.26. Определить точку приложения и силу давления жидкости на плоскую крышку люка в форме полукруга, если относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}25$, $H = R = 1{,}2$ м (рис. 3.33).

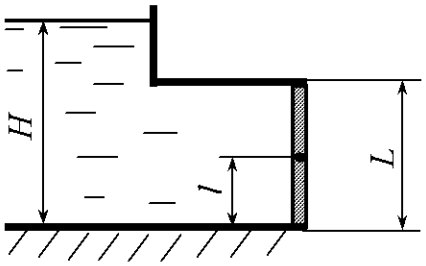


Рис. 3.32

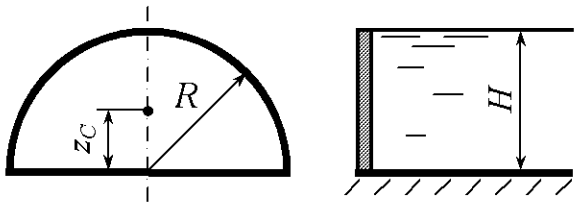


Рис. 3.33

3.27. В сосуде находится расплавленный свинец ($\rho_{св} = 11000$ кг/м^3). Определить силу давления, действующую на дно сосуда (рис. 3.34), если высота уровня свинца $h = 500$ мм, диаметр сосуда $D = 400$ мм, показание вакуумметра $p_в = 30$ кПа.

3.28. В воде плавает герметично закрытая бочка (рис. 3.35). Определить результирующую силу давления на дно бочки, если давление в ней $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па, плотность бензина $\rho_б = 750$ кг/м^3, $H = 1{,}2$ м, $h = 0{,}8$ м, $D = 0{,}4$ м.

3.29. Какое усилие нужно приложить к плунжеру, чтобы давление в цилиндре было $p_{0и} = 1{,}2 \cdot 10^5$ Па, если плотность масла $\rho_м = 850$ кг/м^3, $h = 0{,}1$ м, $d = 0{,}05$ м (рис. 3.36).

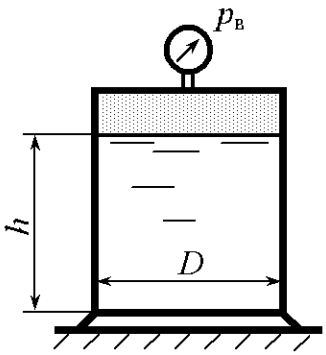


Рис. 3.34

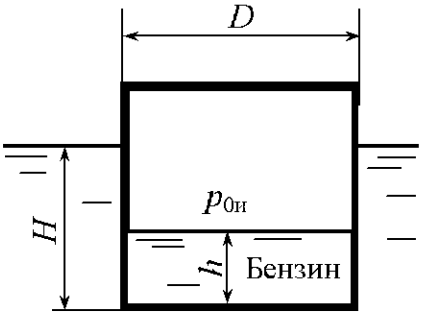


Рис. 3.35

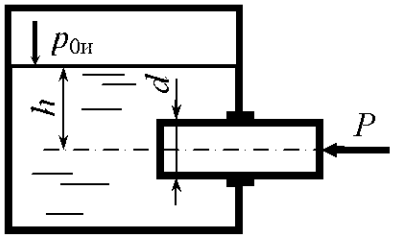


Рис. 3.36

3.30. Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на прямоугольный затвор шириной $b = 1{,}2$ м, закрывающий вход в прямоугольную трубу, высота которой $h = 0{,}8$ м (рис. 3.37). Глубина погружения верха трубы $H = 0{,}5$ м, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 15$ кПа.

3.31. На боковой стенке резервуара (рис. 3.38), наклоненной к горизонту на угол $\alpha = 60^\circ$, имеется люк, который перекрывается круглой

крышкой диаметром $d = 0{,}8$ м. Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на крышку люка, если $a = 1{,}0$ м, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 8$ кПа.

3.32. Прямоугольное отверстие высотой $h = 0{,}4$ м и шириной $b = 1{,}0$ м в вертикальной стенке закрытого резервуара с водой закрыто щитом (рис. 3.39). Определить силу и центр давления воды на щит, если $H = 0{,}5$ м, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 12$ кПа.

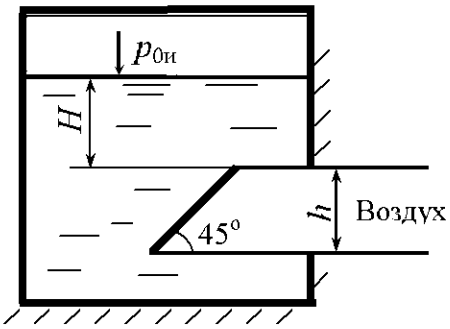


Рис. 3 37

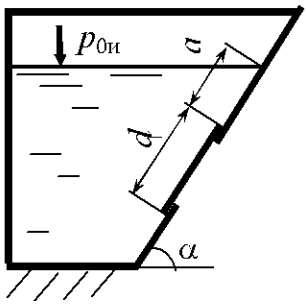


Рис. 3.38

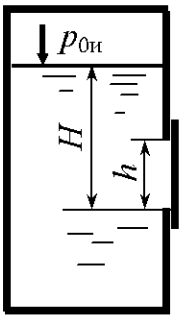


Рис. 3.39

3.33. В боковой вертикальной стенке резервуара имеется отверстие, перекрываемое треугольным равносторонним щитом, сторона которого $b = 1{,}5$ м (рис. 3.40). Определить силу гидростатического давления воды и положение центра давления, если $H = 2{,}3$ м, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 5$ кПа.

3.34. Прямоугольное отверстие высотой $h = 0{,}4$ м и шириной $b = 1{,}0$ м в вертикальной стенке резервуара с водой закрыто щитом (рис. 3.41). Определить силу и центр давления воды на щит, если $H = 0{,}5$ м, вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 5$ кПа.

3.35. В боковой вертикальной стенке резервуара имеется отверстие, которое перекрывается щитом в форме эллипса размерами $a = 2{,}5$ м, $b = 1{,}5$ м (рис. 3.42). Определить силу гидростатического давления воды на щит и положение центра давления, если $H = 3{,}2$ м, вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 5$ кПа.

3.36. В боковой вертикальной стенке резервуара имеется отверстие, которое перекрывается щитом в форме эллипса размерами $a = 1{,}5$ м, $b = 2{,}5$ м (рис. 3.43). Определить силу гидростатического давления воды на щит и

положение центра давления, если $H = 0{,}3$ м, вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 20$ кПа.

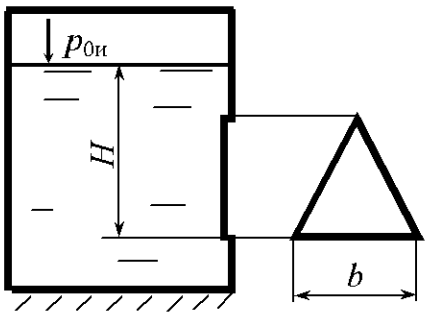


Рис. 3.40

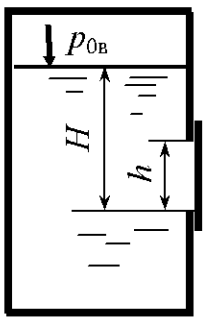


Рис. 3.41

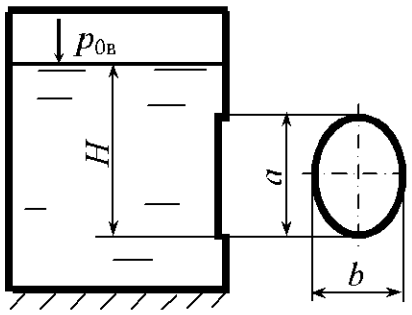


Рис. 3.42

3.37. В воде плавает герметично закрытая бочка (рис. 3.44). Определить результирующую силу давления на дно бочки, если давление в ней $p_{0в} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па, плотность бензина $\rho_б = 750\,кг/м^3$, $H = 1{,}2$ м, $h = 0{,}8$ м, $D = 0{,}4$ м.

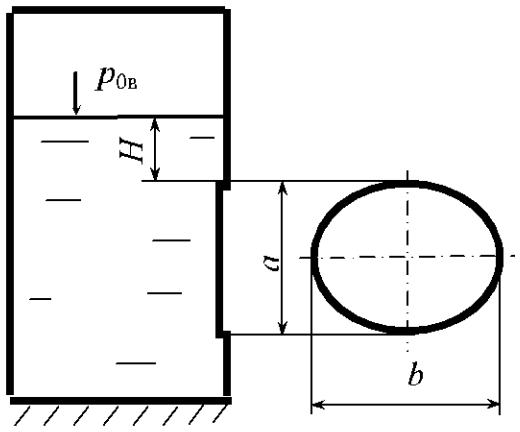


Рис. 3.43

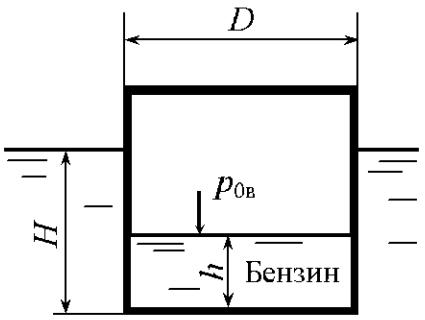


Рис. 3.44

3.38. В цилиндрическом резервуаре с бензином ($\rho_б = 800\,кг/м^3$) отстоялась вода. Определить силу давления на дно резервуара, если $D = 2$ м, $H_1 = 0{,}1$ м, $H_2 = 5$ м (рис. 3.45). Резервуар герметично закрыт, давление в резервуаре вакуумметрическое $p_{0в} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па.

3.39. В цилиндрическом резервуаре с бензином ($\rho_б = 800\,кг/м^3$) отстоялась вода. Определить силу давления на дно резервуара, если $D = 2$ м, $H_1 = 0{,}1$ м, $H_2 = 5$ м (рис. 3.46). Резервуар герметично закрыт, давление насыщенных паров бензина $p_{0и} = 0{,}08 \cdot 10^5$ Па.

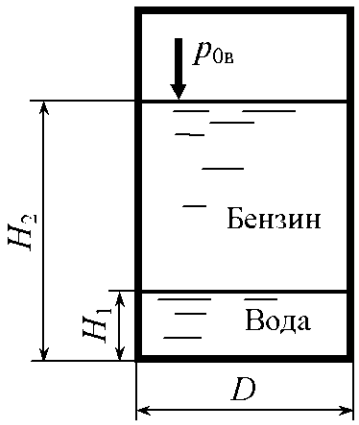


Рис. 3.45

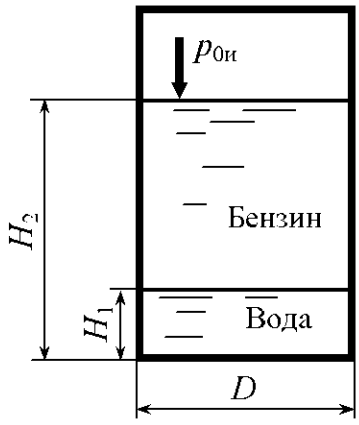


Рис. 3.46

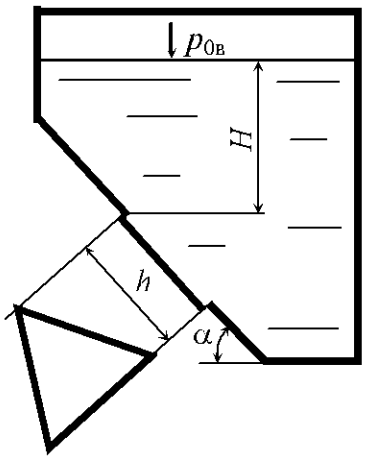


Рис. 3.47

3.40. В наклонной стенке резервуара имеется треугольное отверстие, которое перекрывается щитом в форме равностороннего треугольника, высота которого $h = 1{,}8$ м (рис. 3.47). Определить силу гидростатического давления жидкости на щит и глубину погружения центра давления, если $H = 0{,}2$ м, угол наклона щита к горизонту $\alpha = 60^{\circ}$, а вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па.

3.41. В закрытый резервуар с вакуумметрическим давлением $p_{0в} = 0{,}05 \cdot 10^5$ Па налит керосин плотностью $\rho_к = 860$ кг/м^3 (рис. 3.48). Определить силу гидростатического давления и центр давления керосина на круглую крышку лаза диаметром $d = 1{,}0$ м. Центр тяжести крышки расположен на глубине $H = 3{,}0$ м.

3.42. Определить равнодействующую сил давления на перегородку высотой $L = 3$ м и шириной $B = 2$ м, если $H_1 = 2$ м, $H_2 = 1$ м (рис. 3.49). Над бензином ($\rho_б = 800$ кг/м^3) избыточное давление $p_{0и} = 0{,}05 \cdot 10^5$ Н/м^2, а над водой – атмосферное давление.

3.43. Определить силу и центр давления на прямоугольную боковую стенку резервуара высотой $H = 3$ м и шириной $B = 2$ м (рис. 3.50). Резервуар герметичен и давление на поверхности нефти ($\rho_н = 900$ кг/м^3) $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па. Глубина нефти $h = 2$ м.

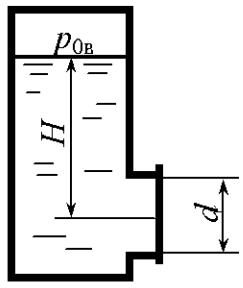


Рис. 3.48

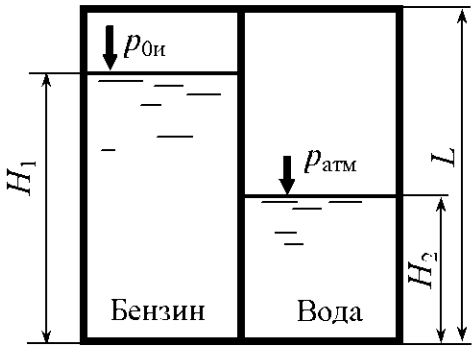


Рис. 3.49

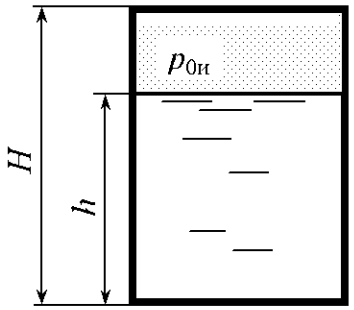


Рис. 3.50

3.44. Цистерна диаметром $D = 2{,}2$ м заполнена бензином ($\rho_б = 720$ кг/м^3) до высоты $\frac{D}{2}$ (рис. 3.51). Определить силу давления на торцовую стенку, если цистерна герметично закрыта и избыточное давление в ней $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па.

3.45. Определить равнодействующие сил гидростатического давления на перегородки и точки их приложения, если уровень жидкостей $H = 2{,}3$ м. Ширина бака $B = 1$ м (рис. 3.52). Плотность бензина $\rho_б = 850$ кг/м^3, плотность минерального масла $\rho_м = 800$ кг/м^3.

3.46. Отверстие диаметром $d = 0{,}1$ м, расположенное в дне резервуара, закрыто крышкой диаметром $D = 0{,}2$ м (рис. 3.53). При каком вакуумметрическом давлении в резервуаре крышка начнёт пропускать воду, если $H = 1$ м, а масса крышки $m = 10$ кг?

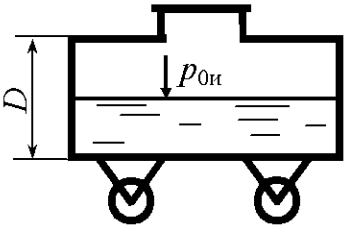


Рис. 3.51

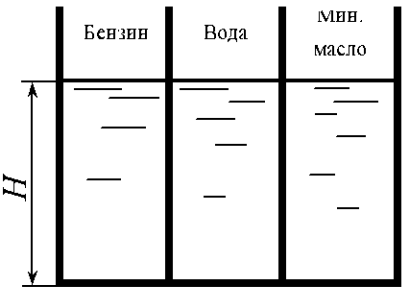


Рис. 3.52

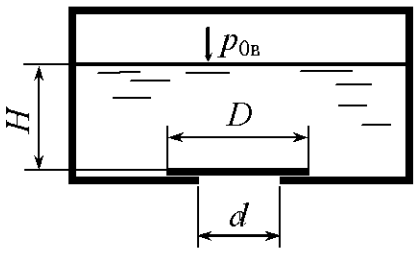


Рис. 3.53

3.47. На поршень диаметром $d = 0{,}2$ м действует сила $P = 500$ Н (рис. 3.54). Определить силу, с которой будет сжата пружина, если масса малого поршня $m_1 = 20$ кг, масса большого поршня с пружиной $m_2 = 40$ кг, $D = 0{,}4$ м. Разностью уровней жидкости под поршнями пренебречь.

3.48. Цилиндрический сосуд, имеющий размеры $D = 0{,}3$ м, $d = 0{,}2$ м, $b = 0{,}25$ м и наполненный водой до высоты $a + b = 0{,}42$ м, закрыт сверху поршнем, масса которого $m = 50$ кг. Определить силы, действующие на верхнюю A и нижнюю B горизонтальные поверхности сосуда (рис. 3.55).

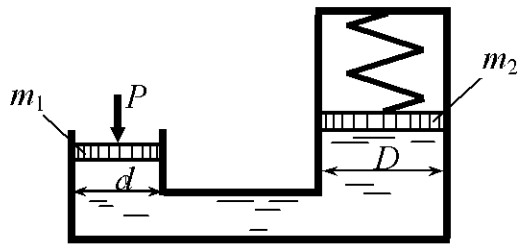


Рис. 3.54

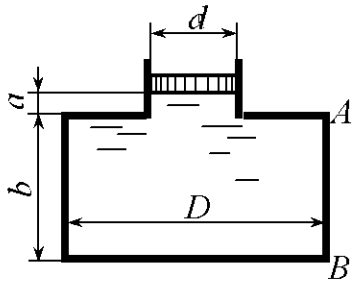


Рис. 3.55

3.49. Определить силу (пренебрегая весом клапана), прижимающую всасывающий клапан диаметром $D_2 = 150$ мм к седлу, имеющему диаметр $D_3 = 100$ мм, если диаметр насосного цилиндра $D_1 = 350$ мм, а усилие, действующее на шток, $F = 400$ Н. Седло клапана расположено ниже оси цилиндра на $h_1 = 0{,}5$ м и выше свободной поверхности жидкости на $h_2 = 6{,}5$ м, причём труба под клапаном заполнена водой (рис. 3.56).

3.50. Определить силу F, необходимую для удержания поршня на высоте $h_2 = 2$ м над поверхностью воды в колодце (рис. 3.57). Над поршнем поднимается столб воды высотой $h_1 = 3$ м. Диаметры поршня $D = 100$ мм, штока $d = 30$ мм. Вес поршня и штока не учитывать.

3.51. Определить показания мановакуумметра $p_{мв}$, если к штоку поршня приложена сила $F = 0{,}1$ кН, его диаметр $d = 100$ мм, высота $H = 2{,}5$ м, плотность жидкости $\rho_ж = 800$ кг/м^3 (рис. 3.58).

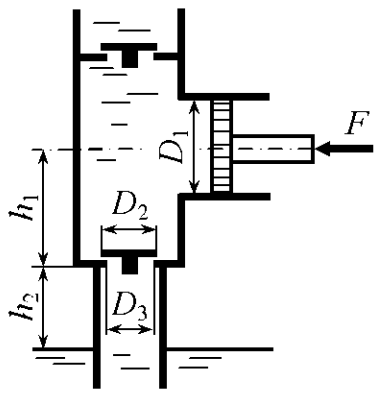


Рис. 3.56

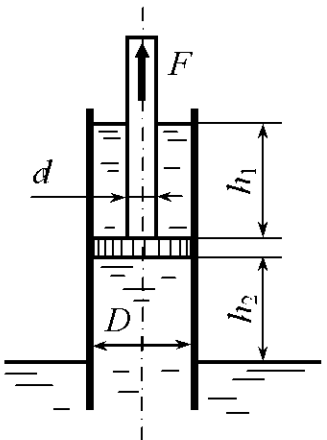


Рис. 3.57

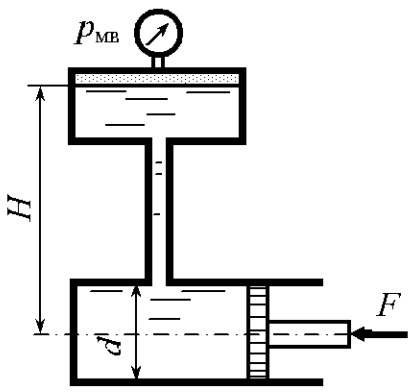


Рис. 3.58

3.52. Определить абсолютное давление в точке A и вес груза G, лежащего на поршне 2 (рис. 3.59), если для его подъёма к поршню 1 приложена сила $F = 500$ Н. Диаметры поршней $D = 300$ мм, $d = 80$ мм. Высота $H = 1{,}5$ м. Плотность масла $\rho_м = 850$ кг/м^3.

3.53. Определить силу (пренебрегая весом клапана), прижимающую всасывающий клапан диаметром $D_2 = 150$ мм к седлу, имеющему диаметр $D_3 = 80$ мм, если диаметр насосного цилиндра $D_1 = 250$ мм, а усилие, действующее на шток, $F = 500$ Н. Седло клапана расположено ниже оси цилиндра на $h_1 = 0{,}5$ м и выше свободной поверхности жидкости на $h_2 = 4{,}5$ м, причём труба под клапаном заполнена водой (рис. 3.56).

3.54. Определить силу F, которую необходимо приложить к штоку поршня для его удержания в равновесии, если мановакуумметр показывает давление выше атмосферного: $p_{мв} = 35$ кПа. Диаметр поршня $d = 150$ мм, высота $H = 1{,}85$ м, плотность жидкости $\rho_ж = 920$ кг/м^3 (рис. 3.58).

3.55. Определить силу F, которую необходимо приложить к штоку поршня для его удержания в равновесии, если мановакуумметр показывает вакуумметрическое давление, равное $p_в = 15$ кПа. Диаметр поршня $d = 200$ мм, высота $H = 2{,}15$ м, в резервуаре находится глицерин (рис. 3.58).

3.56. В вертикальной стенке закрытого резервуара с нефтью имеется квадратное отверстие $a \times a = 0{,}5 \times 0{,}5$ м. Определить величину, направление и точку приложения силы давления нефти ($\rho_н = 850$ кг/м^3) на крышку, перекрывающую отверстие, если $H = 1$ м, а вакуумметрическое давление на поверхности нефти $p_{0в} = 0{,}3 \cdot 10^5$ Па (рис. 3.60).

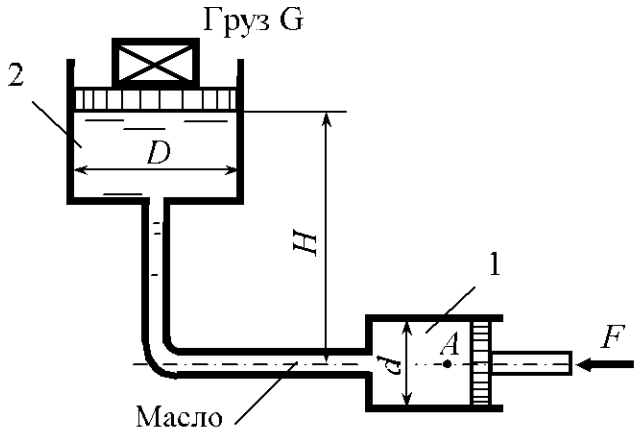


Рис. 3.59

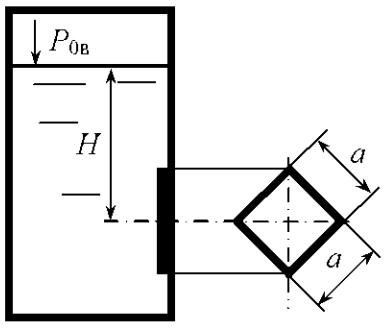


Рис. 3.60

3.57. Определить, при каком вакуумметрическом давлении в закрытом резервуаре сила давления на круглую крышку диаметром $d = 1$ м равна нулю. Центр тяжести крышки расположен на глубине $H = 3{,}0$ м (рис. 3.48). В резервуар налит керосин ($\rho_к = 780$ кг/м^3).

3.58. Прямоугольное отверстие высотой $h = 0{,}5$ м и шириной $b = 0{,}6$ м в боковой стенке закрытого резервуара с водой закрыто щитом. Определить, при какой глубине погружения центра тяжести щита сила давления будет равна нулю, если в резервуаре вакуумметрическое давление $p_{0в} = 0{,}3 \cdot 10^5$ Па.

3.59. В воде плавает герметично закрытая бочка (рис. 3.44). Определить результирующую силу давления на дно бочки, если вакуумметрическое давление в ней $p_{0в} = 0{,}15 \cdot 10^5$ Па. Плотность бензина $\rho_б = 740$ кг/м^3, $H = 1{,}2$ м, $h = 1{,}2$ м.

3.60. Определить, при каком вакуумметрическом давлении в закрытом резервуаре сила давления на дно резервуара равна нулю (рис. 3.45). Исходные данные: $D = 1{,}0$ м, $H_1 = 0{,}2$ м, $H_2 = 2{,}0$ м.

4. СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ (СТЕНКИ)

Общие сведения

Распределенная нагрузка, действующая на криволинейную поверхность от нормальных в каждой её точке сил давления жидкости, может быть приведена к равнодействующей силе [6]. В большинстве практических задач рассматриваются криволинейные стенки, симметрично расположенные относительно вертикальной плоскости. В этом случае равнодействующая сила лежит в плоскости симметрии. Величина и направление равнодействующей силы P определяются по двум составляющим, обычно горизонтальной и вертикальной (рис. 4.1). Горизонтальная составляющая силы давления, воспринимаемая криволинейной стенкой, равна силе давления на вертикальную проекцию этой стенки, нормальную к плоскости симметрии, и определяется по формуле

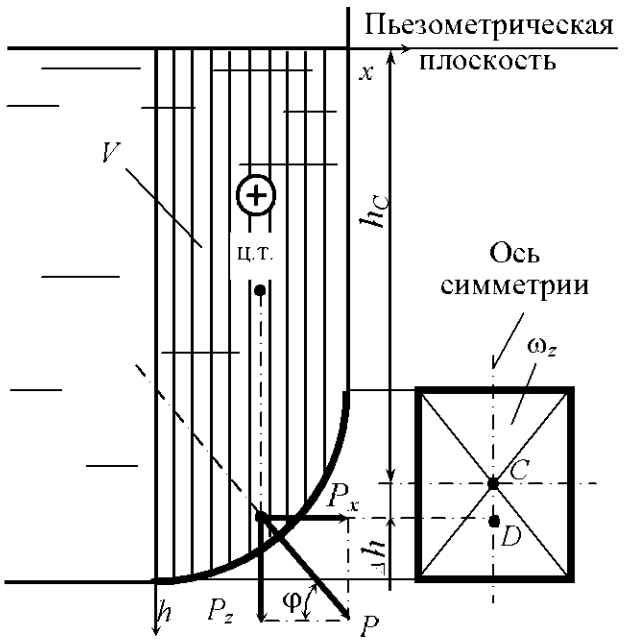


Рис. 4.1

$$P_x = \rho g h_C \omega_z , \qquad (4.1)$$

где ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; h_C – вертикальное расстояние от центра тяжести вертикальной проекции стенки (точка C) до пьезометрической плоскости; ω_z – площадь вертикальной проекции стенки.

При избыточном давлении в точке С пьезометрическая плоскость проходит выше этой точки и $h_C > 0$, при вакуумметрическом давлении в точке C, т.е. при отрицательном избыточном, пьезометрическая плоскость проходит ниже этой точки и $h_C < 0$. Положительные направления координатных осей показаны на рис. 4.1.

Линия действия силы P_x лежит в плоскости симметрии, проходит через центр давления вертикальной проекции стенки (точка D) и смещена (вниз, если $h_C > 0$, или вверх, если $h_C < 0$) относительно центра тяжести вертикальной проекции на расстояние

$$\Delta h = \frac{I_C}{\omega_z h_C}, \tag{4.2}$$

где I_C – момент инерции площади вертикальной проекции относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести проекции.

Вертикальная составляющая силы давления, воспринимаемая криволинейной стенкой, равна силе тяжести жидкости в объёме тела давления:

$$P_z = \rho g V. \tag{4.3}$$

Тело давления V ограничено криволинейной поверхностью, пьезометрической плоскостью и вертикальной проецирующей поверхностью, построенной на контуре стенки. Объем тела давления находят геометрически. При необходимости сложное тело давления можно разбить на элементарные и просуммировать их объемы. Объемы тел приведены в прил. 4.

Сила P_z проходит через центр тяжести объёма V и направлена вниз, если объём определяется со смоченной стороны стенки, и вверх – если объём определяется с несмоченной стороны стенки.

Полная равнодействующая сила давления жидкости на криволинейную стенку равна геометрической сумме сил P_x и P_z:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}\ . \tag{4.4}$$

Линия действия силы P проходит через точку пересечения линий действия сил P_x и P_z.

Угол наклона равнодействующей к горизонту

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{P_z}{P_x}\ . \tag{4.5}$$

Для стенок постоянного радиуса кривизны (цилиндрических, сферических) равнодействующая сила давления проходит через ось или центр кривизны стенки. На рис. 4.2 показаны примеры построения тел давления в случаях, если сила давления жидкости действует на криволинейную стенку с одной или двух сторон. Тело давления, которое лежит в области действительной жидкости, считают положительным, а тело давления в области воображаемой жидкости – отрицательным.

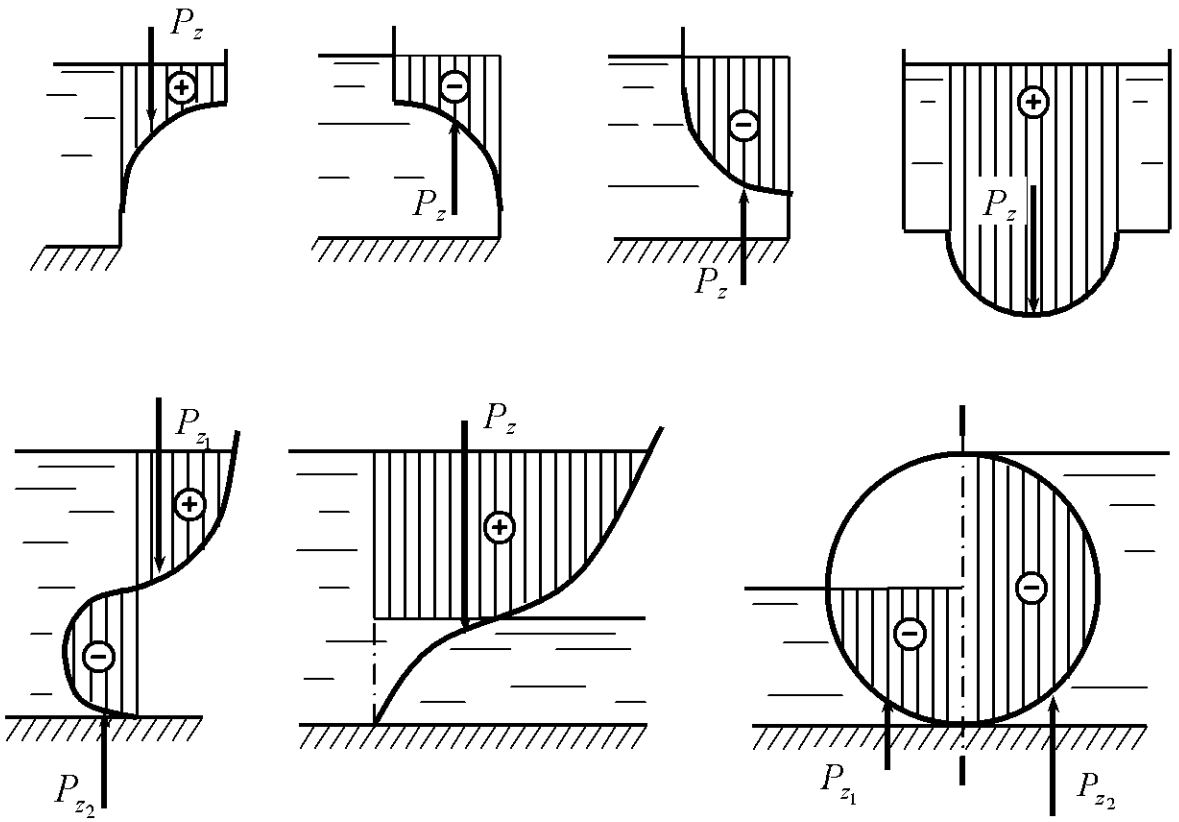


Рис. 4.2

При избыточном давлении на смоченной стороне стенки все составляющие и равнодействующая направлены изнутри жидкости на стенку, а в случае вакуумметрического давления на смоченной стороне стенки силы направлены от стенки внутрь жидкости.

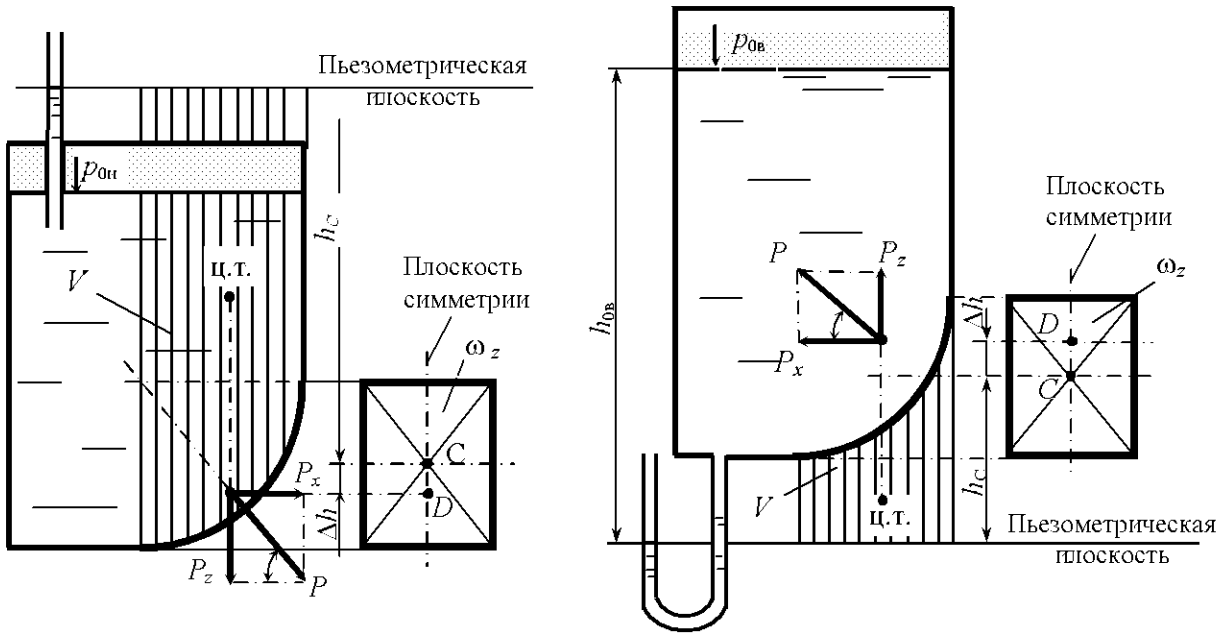
При воздействии жидкостей на стенку с двух сторон сначала определяют горизонтальные и вертикальные составляющие с каждой стороны стенки в предположении одностороннего воздействия жидкости, а затем горизонтальные и вертикальные составляющие от воздействия с двух сторон.

На рис. 4.3 показано определение горизонтальной и вертикальной составляющих и полной силы давления жидкости на криволинейную стенку при избыточном $p_{0и}$ (*а*) и вакуумметрическом $p_{0в}$ (*б*) давлении.

Вакуумметрическая высота

$$h_{0в} = \frac{p_{0в}}{\rho g}.$$

В некоторых случаях для нахождения той или иной составляющей силы давления жидкости на стенку следует разбить её поверхность на отдельные участки, определить соответствующие усилия на каждый участок стенки и далее просуммировать их.



а *б*

Рис. 4.3

Так, для определения вертикальной составляющей силы давления жидкости на цилиндрическую поверхность *abc* (рис. 4.4) следует разбить рассматриваемую поверхность горизонтальной плоскостью на верхнюю *ab* и нижнюю *bc* половины и найти вертикальные силы давления жидкости на каждую из них.

Вертикальная сила на стенку *ab* равна весу жидкости в объёме *abmn* и направлена вверх; вертикальная сила на стенку *bc* равна весу жидкости в объёме *bcnm* и направлена вниз. Тогда вертикальная сила давления на всю цилиндрическую поверхность равна разности указанных сил:

$$P_z = \rho g(V_{bcnm} - V_{abmn}) = \rho g V_{abc},$$

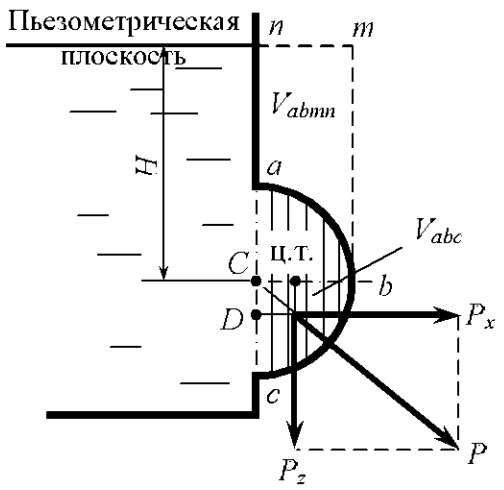


Рис. 4.4

т.е. равна весу жидкости в объёме половины цилиндра и направлена вниз.

Горизонтальная сила в рассматриваемом случае определяется на всю цилиндрическую поверхность по формуле (4.1), а полная – по формуле (4.4).

В том случае, когда криволинейную стенку пересекает пьезометрическая плоскость, вертикальную составляющую силы давления жидкости также следует определять как сумму сил, действующих на уча-

стки стенки. Следует иметь в виду, что на участок стенки, находящийся выше пьезометрической плоскости, действует вакуумметрическое давление, а на участок стенки ниже пьезометрической плоскости – избыточное.

Примеры решения задач

Задача 4.1. На боковой поверхности резервуара, заполненного водой, имеется полусферическая крышка диаметром $d = 0{,}8$ м (рис. 4.5). Определить горизонтальную и вертикальную составляющие сил давления жидкости на крышку при показании вакуумметра $p_в = 10$ кПа.

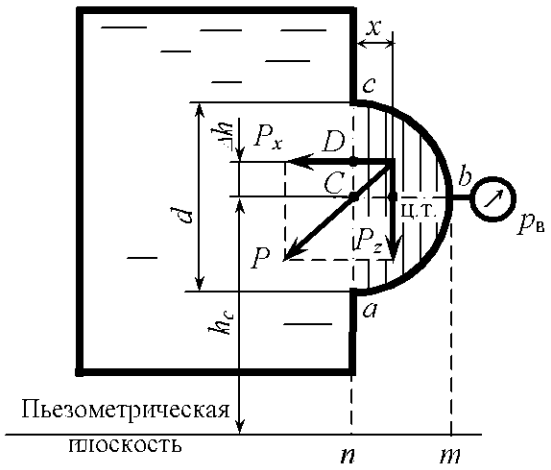


Рис. 4.5

Решение. Находим положение пьезометрической плоскости, вертикальное расстояние от которой до центра тяжести (точка C) вертикальной проекции полусферической крышки h_C равно вакуумметрической высоте. В технике избыточное давление и соответствующая ему пьезометрическая высота, измеряемая от пьезометрической плоскости, приняты положительными, а вакуумметрическое давление и вакуумметрическая высота – отрицательными.

Тогда

$$h_C = h_в = \frac{p_в}{\rho g} = \frac{-10 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 10} = -1 \text{ м}.$$

Горизонтальная составляющая давления жидкости на полусферическую крышку

$$P_x = \rho g h_C \omega_z \quad \text{или} \quad P_x = p_в \omega_z .$$

Так как площадь вертикальной проекции крышки есть круг диаметром $d = 0{,}8$ м, то

$$P_x = -10 \cdot 10^3 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^2}{4} = -5{,}02 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Знак «минус» показывает, что на крышку действует сила внешнего давления, которая направлена внутрь жидкости.

Центр давления силы P_x (точка D на вертикальной проекции крышки) смещен вверх на

$$\Delta h = \frac{I_C}{\omega_z h_C} = \frac{\pi d^4 4}{64\pi d^2 h_C} = \frac{d^2}{16 h_C} = \frac{0{,}8^2}{16(-1)} = -0{,}04 \text{ м}.$$

Вертикальная составляющая силы гидростатического давления на верхнюю четверть сферической крышки направлена вниз

$$P_{bc} = \rho g V_{bcnm}.$$

Вертикальная составляющая давления на нижнюю четверть сферической крышки направлена вверх

$$P_{ab} = \rho g V_{abmn}.$$

Следовательно, вертикальная составляющая на всю полусферическую крышку

$$P_z = P_{bc} - P_{ab} = \rho g \frac{1}{2}\frac{\pi d^3}{6} = 10^3 \cdot 10 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^3}{12} = 1{,}34 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

и направлена вниз.

Линия действия силы P_z проходит через центр тяжести объёма тела давления (объёма полусферы), т.е. на расстоянии x от центра кривизны полусферы. Равнодействующая сила P проходит через центр кривизны. Следовательно, расстояние x от центра кривизны полусферы до линии действия силы P_z можно найти из соотношения

$$\frac{P_z}{P_x} = \frac{\Delta h}{x}.$$

Отсюда $$x = \Delta h \frac{P_z}{P_x} = -0{,}04 \frac{-5{,}02 \cdot 10^3}{1{,}34 \cdot 10^3} = 0{,}15 \text{ м}.$$

Задача 4.2. Отверстие в дне сосуда, содержащего масло относительной плотностью $\delta = 0{,}83$, закрыто конической пробкой с размерами $D = 100$ мм, $d = 50$ мм и $a = 100$ мм, укрепленной на штоке диаметром $d_1 = 25$ мм (рис. 4.6). Уровень масла расположен выше пробки на расстоянии $b = 50$ мм. Определить начальное усилие P, необходимое для подъёма пробки, при избыточном давлении в сосуде $p_{0и} = 10$ кПа. Массой пробки и трением в сальнике пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение. Пьезометрическая плоскость проходит над свободной поверхностью жидкости в сосуде на высоте

$$h_{0и} = \frac{p_{0и}}{\rho g} = \frac{10 \cdot 10^3}{0{,}83 \cdot 10^3 \cdot 10} = 1{,}205 \text{ м}.$$

На верхнюю торцовую поверхность пробки действует сила $P_1 = \rho g h_C \omega$, т.е.

$$P_1 = \rho g (b + h_{0и}) \frac{\pi}{4} \left(D^2 - d_1^2\right).$$

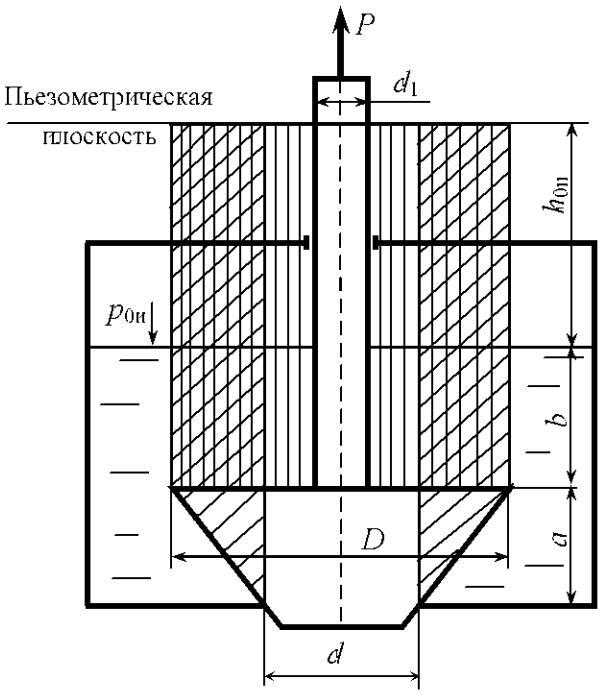


Рис. 4.6

Из выражения видно, что сила P_1 равна весу жидкости в объёме тела давления (на рис. 4.6 дана вертикальная штриховка вертикальной проекции тела давления) и направлена вертикально вниз. На боковую поверхность пробки горизонтальная составляющая давления воды равна нулю, так как на вертикальные проекции действуют соответственно равные и противоположно направленные силы, а вертикальная составляющая

$$P_2 = \rho g V = \rho g \left(\frac{\pi D^2}{4} (b + h_{0и}) + \frac{1}{12} \pi a \left(D^2 + Dd + d^2\right) - \frac{\pi d^2}{4} (a + b + h_{0и}) \right)$$

и направлена вертикально вверх (на рис. 4.6 дана наклонная штриховка вертикальной проекции тела давления).

Начальное усилие

$$P = P_1 - P_2 = \delta \rho_в g \left(\frac{\pi}{4} \left(d^2 - d_1^2\right) (b + h_{0и}) - \frac{\pi}{12} a \left(D^2 + Dd + d^2\right) + \frac{\pi d^2}{4} a \right) =$$

$$= 0{,}83 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot \left(\frac{3{,}14}{4} \left(0{,}05^2 - 0{,}025^2\right) \cdot (0{,}05 + 1{,}205) - \frac{3{,}14}{12} 0{,}10 \times \right.$$

$$\left. \times \left(0{,}10^2 + 0{,}10 \cdot 0{,}05 + 0{,}05^2\right) + \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4} 0{,}10 \right) = 13{,}2 \text{ Н}.$$

Задачи для самостоятельного решения

4.1. Цилиндрический резервуар (рис. 4.7) для хранения мазута диаметром $D = 4{,}0$ м имеет полусферическую крышку и сообщается с

атмосферой через трубу диаметром $d = 0{,}2$ м. Определить вертикальную составляющую силы гидростатического давления мазута на крышку, если $H_1 = 4{,}0$ м, $H_2 = 8{,}0$ м, плотность мазута $\rho = 890$ кг/м^3.

4.2. Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления воды на полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}0$ м, $H = 2{,}0$ м (рис.4.8).

4.3. Построить тело давления и определить силу, отрывающую полусферическую крышку от основания резервуара (рис. 4.9). Резервуар заполнен водой, диаметр крышки $d = 1{,}2$ м, $H = 3{,}0$ м, $h = 1{,}0$ м.

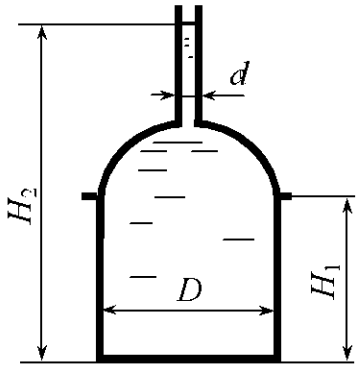


Рис. 4.7

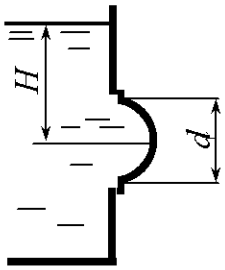


Рис. 4.8

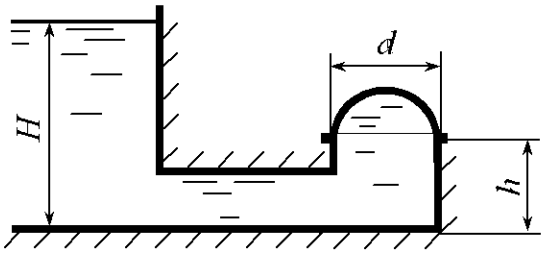


Рис. 4.9

4.4. Построить тело давления и определить силу, прижимающую коническую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м к основанию резервуара (рис. 4.10). Резервуар заполнен водой, глубина воды $H = 3{,}0$ м, высота крышки $h = 1{,}0$ м.

4.5. Построить тело давления и определить силу, прижимающую полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м к основанию резервуара (рис. 4.11). Резервуар заполнен водой, глубина воды $H = 3{,}0$ м.

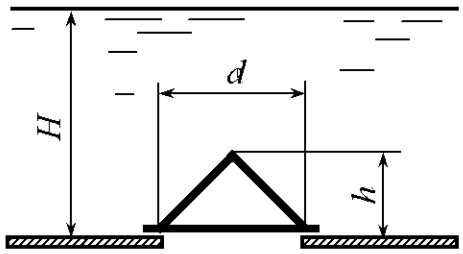


Рис. 4.10

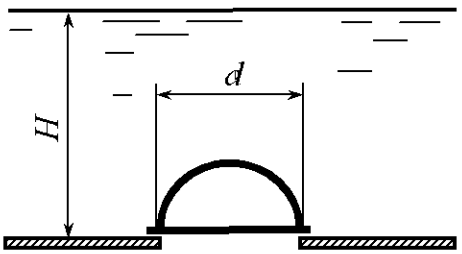


Рис. 4.11

4.6. Построить тело давления и определить силу, отрывающую полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м от основания резервуара (рис.4.12). Резервуар заполнен водой, глубина воды $H = 2{,}5$ м.

4.7. Определить величину и направление силы давления воды на боковую поверхность цилиндрического затвора диаметром $d = 1{,}6$ м и длиной $l = 4{,}0$ м (рис. 4.13). Глубина воды $H = 3{,}0$ м.

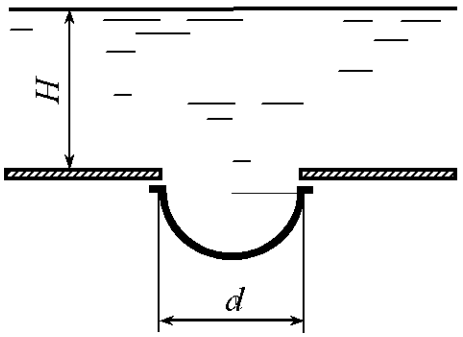


Рис. 4.12

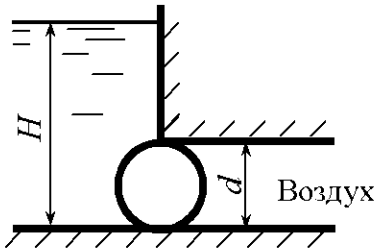


Рис. 4.13

4.8. Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления воды, действующей на боковую поверхность секторного затвора с углом сектора 45° (рис. 4.14). Радиус затвора $R = 3{,}0$ м, ширина $b = 4{,}0$ м.

4.9. Определить величину и направление силы давления воды на затвор ab (рис. 4.15). Радиус затвора $R = 1{,}0$ м, ширина $b = 5{,}0$ м. Глубина воды $H = 4{,}0$ м.

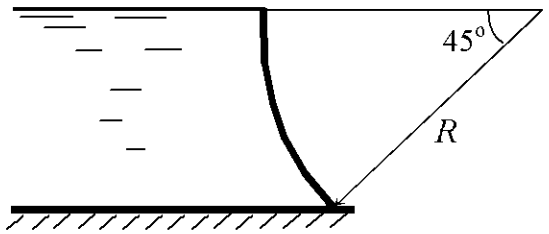


Рис. 4.14

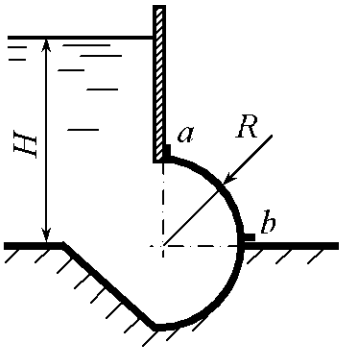


Рис. 4.15

4.10. Резервуар, донная часть которого имеет форму полусферы, наполнен водой (рис. 4.16). Построить тело давления и определить вертикальную составляющую силы гидростатического давления жидкости на полусферическое дно, если радиус сферы $R = 2{,}6$ м, глубина жидкости в резервуаре $H = 3{,}8$ м.

4.11. Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления жидкости, относительная плотность которой $\delta = 1{,}25$, на затвор (рис.4.17). Затвор является частью цилиндра радиусом $R = 1{,}2$ м и шириной $b = 4{,}5$ м. Глубина воды $H = 2{,}0$ м.

4.12. Построить тело давления и определить величину и направление силы давления воды на боковую поверхность секторного затвора радиусом $R = 2{,}0$ м и шириной $b = 4{,}0$ м (рис. 4.18).

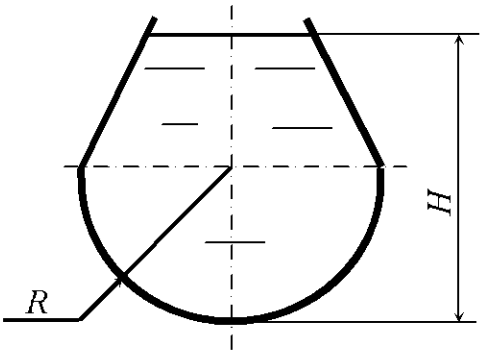


Рис. 4.16

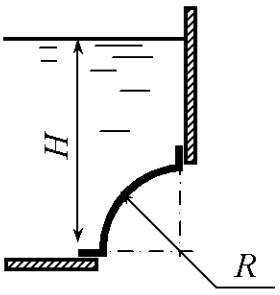


Рис. 4.17

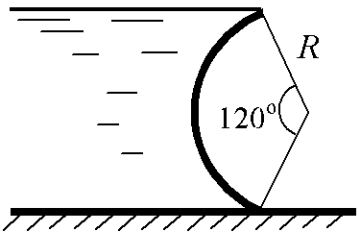


Рис. 4.18

4.13. Осадка баржи $T = 2{,}0$ м. Построить тело давления и определить величину и направление силы давления воды на лист обшивки AB длиной $l = 1$ м борта радиусом $R = 1{,}5$ м (рис. 4.19).

4.14. Построить тело давления, определить величину и направление силы гидростатического давления жидкости, действующей на цилиндрическую поверхность (рис. 4.20), если радиус и длина образующей цилиндра соответственно $R = 1{,}2$ м, $b = 0{,}5$ м, а относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}8$.

4.15. Построить тело давления и определить силу гидростатического давления жидкости на цилиндрическую поверхность AB (рис. 4.21), если радиус $R = 0{,}8$ м, глубина погружения точки A составляет $H = 0{,}2$ м, плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3, длина образующей цилиндрической части $b = 1{,}3$ м.

4.16. Определить вертикальную и горизонтальную составляющие силы давления воды на коническую крышку (рис. 4.22), если $d = 1{,}2$ м, $H = 2{,}0$ м, $l = 1{,}4$ м.

4.17. Определить горизонтальную и вертикальную составляющие силы гидростатического давления нефти плотностью $\rho = 850$ кг/м^3 на вы-

пуклую торцовую стенку, если $D = 3{,}5$ м, $H = 2{,}1$ м, а объем выпуклой части (на рис. 4.23. заштрихован) $V = 1{,}5$ м^3.

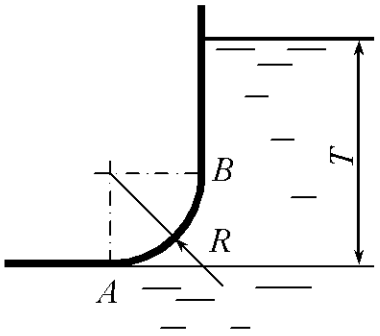


Рис. 4.19

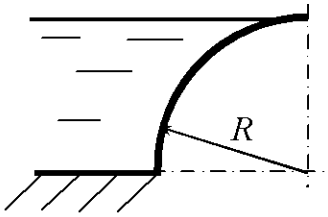


Рис. 4.20

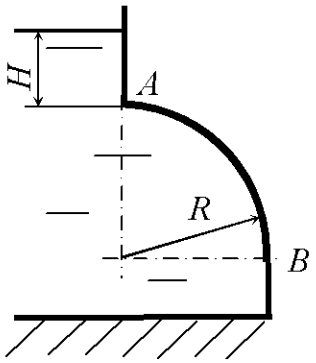


Рис. 4.21

4.18. Резервуар имеет коническую форму (рис. 4.24) и заполнен жидкостью плотностью $\rho = 900$ кг/м^3. Определить силу гидростатического давления жидкости, действующую на коническую поверхность резервуара, если $D = 2{,}0$ м, $d = 1{,}0$ м, $H = 1{,}5$ м.

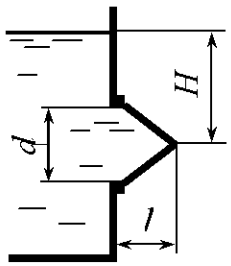


Рис. 4.22

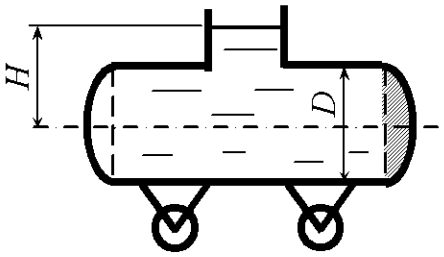


Рис. 4.23

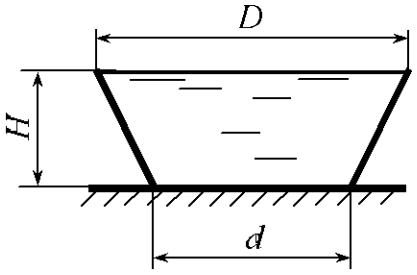


Рис. 4.24

4.19. Определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку (рис. 4.25) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус сферы $R = 1{,}0$ м, глубина жидкости $H = 0{,}4$ м, плотность жидкости $\rho = 850$ кг/м^3.

4.20. Построить тело давления и определить силу гидростатического давления жидкости на цилиндрическую поверхность (рис. 4.26) при следующих исходных данных: $R = 0{,}8$ м, $H = 0{,}2$ м, относительная плотность $\delta = 0{,}8$, длина образующей цилиндра $b = 1$ м.

4.21. Построить тело давления, определить силу давления жидкости, которая отрывает полусферическую крышку резервуара от основания (рис. 4.27), и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: ради-

ус сферы $R = 1{,}6$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}9$, манометрическое давление $p_м = 8$ кПа.

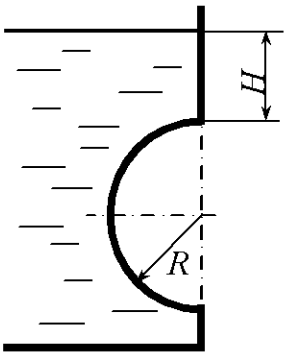


Рис. 4.25

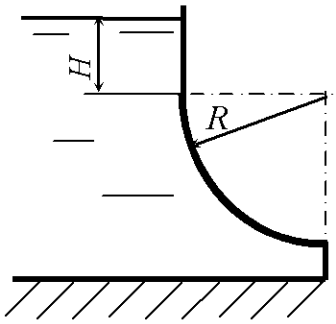


Рис. 4.26

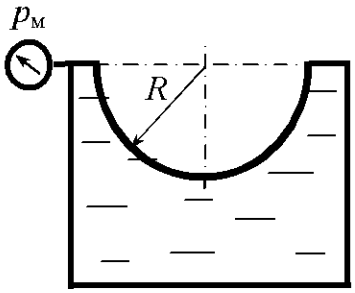


Рис. 4.27

4.22. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.28) при следующих данных: радиус сферы $R = 0{,}6$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}7$, манометрическое давление $p_м = 8$ кПа.

4.23. Построить тело давления и определить вертикальную составляющую силы давления жидкости, действующую на полусферическую крышку (рис. 4.29), при следующих данных: радиус сферы $R = 2{,}0$ м, плотность жидкости $\rho = 1250$ кг/м^3, манометрическое давление $p_м = 34$ кПа.

4.24. Построить тело давления, определить силу давления жидкости P, действующую на цилиндрическую поверхность, и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.30) при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}6$ м, длина образующей цилиндра $B = 2{,}5$ м, плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3, манометрическое давление $p_м = 18$ кПа.

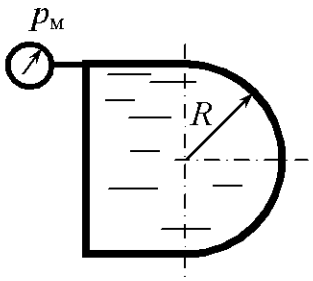


Рис. 4.28

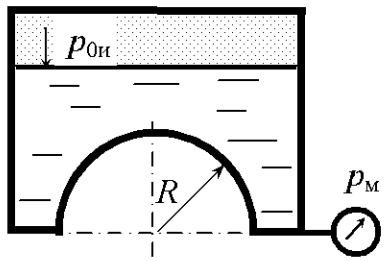


Рис. 4.29

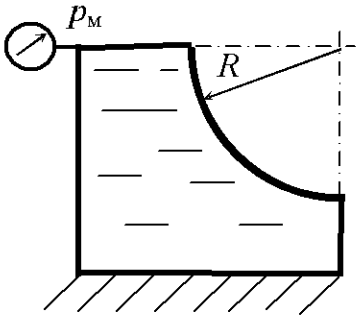


Рис.4.30

4.25. Построить тело давления и определить величину и направление силы давления воды на цилиндрическую поверхность радиусом $R = 1{,}0$ м и шириной $b = 5{,}0$ м (рис. 4.31), если глубина воды $H = 2{,}0$ м, избыточное давление на поверхности воды $p_{0и} = 10$ кПа.

4.26. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.32) при следующих данных: радиус сферы $R = 2{,}4$ м, плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3, манометрическое давление $p_м = 26$ кПа.

4.27. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку (рис. 4.33) при следующих данных: глубина жидкости $H = 2{,}0$ м, радиус сферы $R = 1{,}6$ м, плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3, избыточное давление $p_{0и} = 18$ кПа.

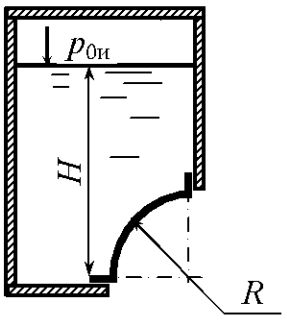


Рис. 4.31

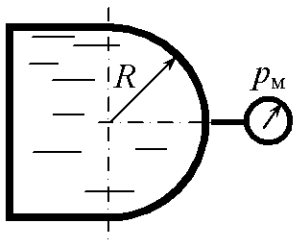


Рис. 4.32

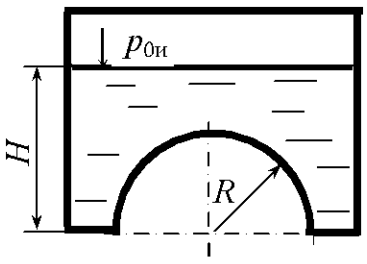


Рис. 4.33

4.28. Определить вертикальную и горизонтальную составляющие силы давления воды, действующие на коническую крышку (рис. 4.34), если избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 0{,}7 \cdot 10^5$ Па, $d = 1{,}2$ м, $H = 3{,}0$ м, $l = 1{,}0$ м.

4.29. Конический резервуар заполнен жидкостью плотностью $\rho = 900$ кг/м^3. Определить силу давления жидкости, действующую на боковую поверхность резервуара, если $D = 2{,}0$ м, $d = 1{,}0$ м, $H = 1{,}0$ м, $H_0 = 1{,}5$ м (рис. 4.35), избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па.

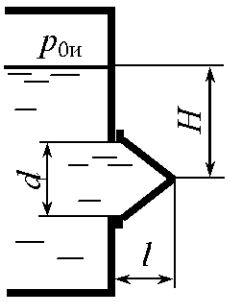


Рис. 4.34

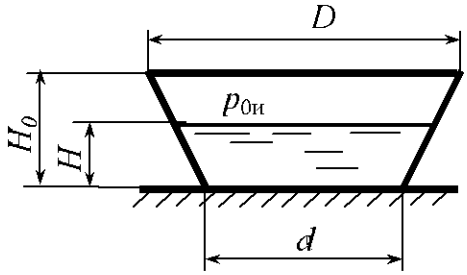


Рис. 4.35

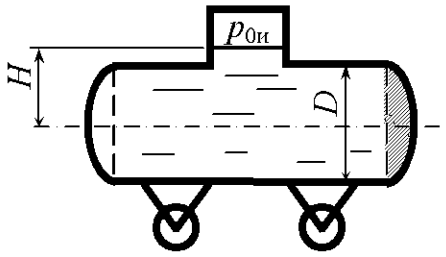


Рис. 4.36

4.30. Определить горизонтальную и вертикальную составляющие силы гидростатического давления нефти плотностью $\rho = 850$ кг/м^3 на выпуклую торцовую стенку, если $D = 3{,}5$ м, $H = 2{,}1$ м, а объем выпуклой части (на рис. 4.36 заштрихован) $V = 1{,}5$ м^3, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 0{,}05 \cdot 10^5$ Па.

4.31. Открытый резервуар (рис. 4.37) заполнен нефтью до уровня $H_0 = 5{,}0$ м. Определить силы, разрывающие резервуар в плоскостях 1–1 и 2–2, если $H_1 = 2{,}0$ м, $H_2 = 1{,}5$ м, плотность нефти $\rho = 900$ кг/м^3.

4.32. Закрытый резервуар (рис. 4.38) заполнен нефтью до высоты $H_0 = 2{,}0$ м. Определить силы, разрывающие резервуар в плоскостях 1–1 и 2–2, если $H_1 = 3{,}0$ м, $H_2 = 1{,}0$ м, $D_1 = 5{,}0$ м, $D_2 = 4{,}0$ м, плотность нефти $\rho = 900$ кг/м^3, $p_{0и} = 10$ кПа.

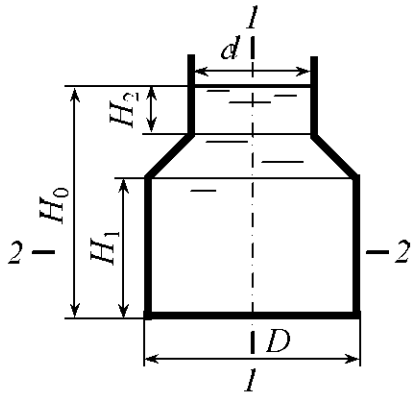


Рис. 4.37

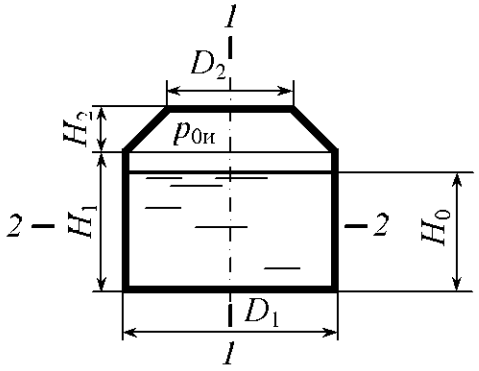


Рис. 4.38

4.33. Построить тело давления и определить силу, отрывающую полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м от основания резервуара (рис. 4.39). Резервуар заполнен водой, глубина воды $H = 2{,}5$ м. Избыточное давление $p_{0и} = 5$ кПа.

4.34. Определить величину и направление силы давления воды на боковую поверхность цилиндрического затвора диаметром $d = 1{,}6$ м и длиной $l = 4{,}0$ м (рис. 4.40), если $H_1 = 3{,}0$ м, $H_2 = \dfrac{d}{2}$.

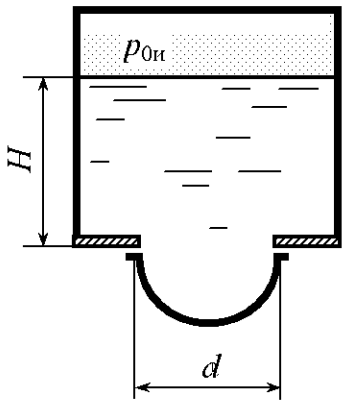


Рис. 4.39

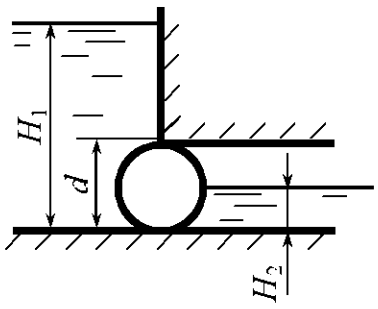


Рис. 4.40

4.35. Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления воды, действующей на боковую поверхность секторного затвора АВ с углом сектора 45° (рис. 4.41). Радиус затвора $R = 3{,}0$ м, а ширина $b = 4{,}0$ м. Уровень воды $H_1 = 4{,}0$ м, $H_2 = 1{,}95$ м.

4.36. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.42) при следующих данных: радиус образующей сферы $R = 1{,}8$ м, плотность жидкости $\rho = 750$ кг/м^3, вакуумметрическое давление $p_в = 40$ кПа.

4.37. Определить вертикальную и горизонтальную составляющие силы давления воды, действующей на коническую крышку (рис. 4.43), если вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}7 \cdot 10^5$ Па, $d = 1{,}2$ м, $H = 3{,}0$ м, $l = 1{,}0$ м.

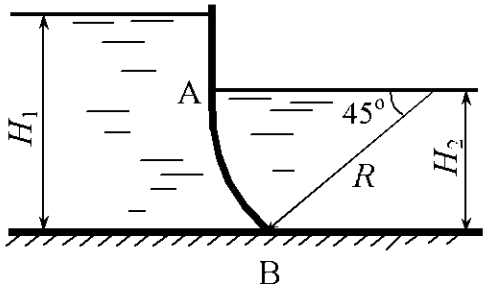


Рис. 4.41

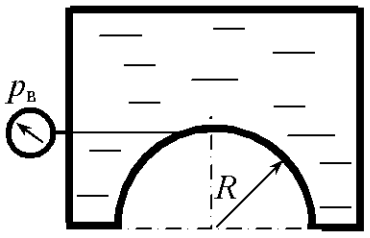


Рис. 4.42

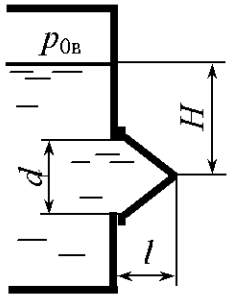


Рис. 4.43

4.38 Цилиндрический резервуар (рис. 4.44) для хранения мазута диаметром $D = 4{,}0$ м имеет полусферическую крышку и сообщается с атмосферой через трубку. Определить усилие, разрывающее резервуар в плоскости 1–1, если $H_1 = 4{,}0$ м, $H_2 = 8{,}0$ м, $d = 0{,}1$ м, плотность мазута $\rho = 890$ кг/м^3.

4.39. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на цилиндрическую поверхность (рис. 4.45) при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}6$ м, длина образующей цилиндра $B = 2{,}5$ м, плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па.

4.40. Построить тело давления и определить силу, действующую на полусферическую крышку (рис. 4.45). Резервуар заполнен водой, диаметр крышки $D = 1{,}8$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 45$ кПа.

4.41. Построить тело давления и определить силу, действующую на полусферическую крышку (рис. 4.46). Резервуар заполнен водой, диаметр крышки $D = 1{,}2$ м, $H = 3{,}0$ м, $h = 1{,}0$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 5$ кПа.

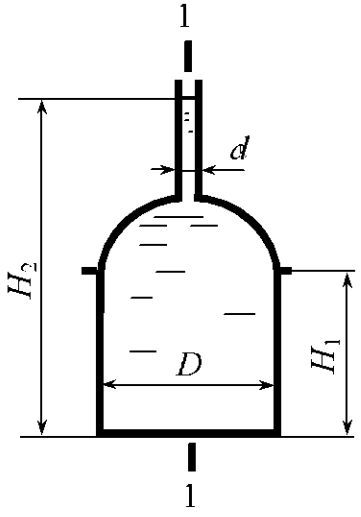


Рис. 4.44

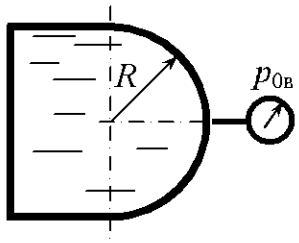


Рис. 4.45

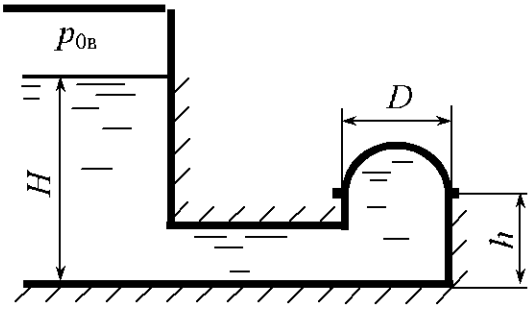


Рис. 4.46

4.42. Определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку (рис. 4.47) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус сферы $R = 1{,}6$ м, плотность жидкости $\rho = 950$ кг/м^3, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 18$ кПа, глубина жидкости $H = 2{,}5$ м,

4.43. Построить тело давления и определить силу давления жидкости на цилиндрическую поверхность резервуара (рис. 4.47) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}6$ м, длина образующей цилиндра $b = 0{,}85$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}26$, глубина жидкости $H = 3{,}0$ м, избыточное давление в резервуаре $p_{0и} = 5{,}5$ кПа.

4.44. Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления воды на полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}0$ м, $H = 2{,}0$ м (рис. 4.48). Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па.

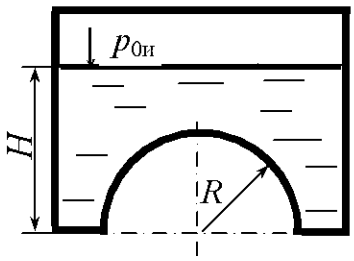


Рис. 4.47

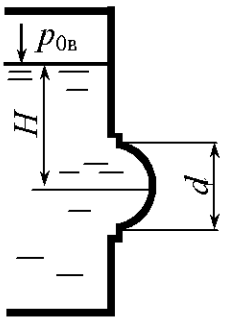


Рис. 4.48

4.45. Построить тело давления и определить силу, действующую на коническую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м (рис. 4.49). Резервуар заполнен водой, глубина воды $H = 3{,}0$ м, высота крышки $h = 1{,}0$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}05 \cdot 10^5$ Па.

4.46. Построить тело давления и определить силу, действующую на полусферическую крышку диаметром $d = 1{,}2$ м (рис. 4.50). Резервуар заполнен водой, $H = 3{,}0$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}12 \cdot 10^5$ Па.

4.47. Построить тело давления и определить силу давления жидкости на боковую поверхность цилиндрической крышки резервуара (рис. 4.50) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}6$ м, длина образующей цилиндра $b = 1{,}5$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}9$, $H = 2{,}5$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}35 \cdot 10^5$ Па.

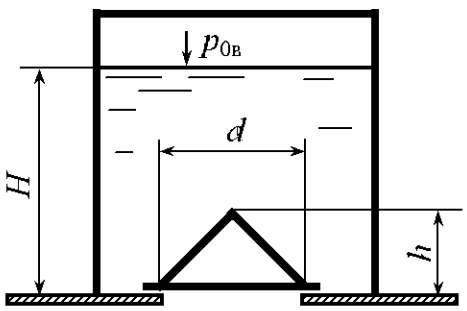


Рис. 4.49

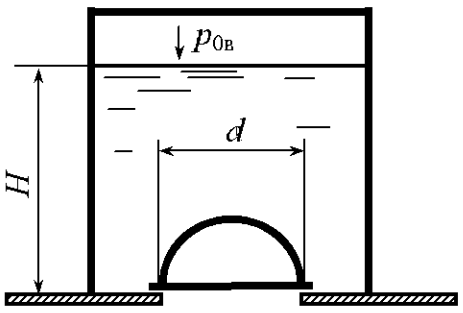


Рис. 4.50

4.48. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.51) при следующих данных: радиус сферы $R = 0{,}6$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}7$. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}2 \cdot 10^5$ Па.

4.49. Построить тело давления и определить силу давления жидкости на цилиндрическую поверхность резервуара (рис. 4.51) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 2{,}4$ м, длина образующей цилиндра $b = 1{,}5$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 1{,}26$. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}45 \cdot 10^5$ Па.

4.50. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P, действующую на полусферическую крышку, и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.52) при следующих данных: радиус образующей сферы $R = 1{,}8$ м, плотность жидкости $\rho = 750$ кг/м^3. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}4 \cdot 10^5$ Па.

4.51. Построить тело давления и определить силу давления жидкости на цилиндрическую поверхность резервуара (рис. 4.52) и угол ее наклона к горизонту α при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}5$ м, длина образующей цилиндра $b = 0{,}8$ м, относительная плотность жидкости $\delta = 0{,}95$. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}35 \cdot 10^5$ Па.

4.52. Резервуар, донная часть которого имеет полусферу, наполнен водой (рис. 4.53). Построить тело давления и определить силу давления воды на полусферу, если радиус сферы $R = 1{,}4$ м, глубина жидкости в резервуаре $H = 2{,}5$ м, вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}28 \cdot 10^5$ Па.

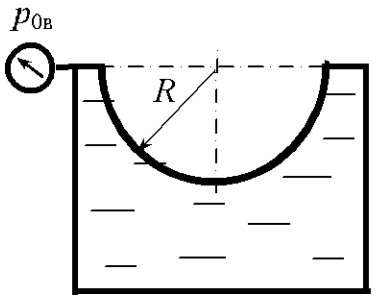


Рис. 4.51

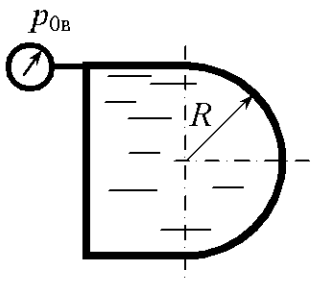


Рис. 4.52

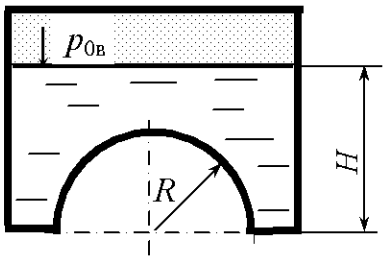


Рис. 4.53

4.53. Построить тело давления, определить силу давления жидкости P на полусферическую крышку (рис. 4.53) при следующих данных: радиус сферы $R = 2{,}0$ м, плотность жидкости $\rho = 1250$ кг/м^3, глубина жидкости в резервуаре $H = 6{,}2$ м. Вакуумметрическое давление в резервуаре $p_{0в} = 0{,}4 \cdot 10^5$ Па.

4.54. Построить тело давления и определить силу давления жидкости P, действующую на цилиндрическую поверхность, и угол ее наклона к горизонту α (рис. 4.54) при следующих данных: радиус образующей цилиндра $R = 1{,}2$ м, длина образующей цилиндра $B = 1{,}5$ м, плотность жидкости $\rho = 850$ кг/м^3, вакуумметрическое давление $p_{0в} = 22$ кПа.

4.55. Определить, при каком вакуумметрическом давлении горизонтальная сила на полусферическую крышку равна нулю (рис. 4.45). Радиус крышки $R = 0{,}9$ м.

4.56. Определить, при какой глубине воды H горизонтальная сила давления на полусферическую крышку равна нулю (рис. 4.48), если вакуумметрическое давление в закрытом резервуаре $p_{0в} = 0{,}2 \cdot 10^5$ Па.

4.57. По нефтепроводу диаметром $D = 1000$ мм перекачивается нефть под избыточным давлением $p_и = 4{,}0$ МПа. Определить силу, разрывающую нефтепровод.

4.58. Определить силу, разрывающую цистерну, заполненную нефтью ($\rho_н = 850$ кг/м^3), в плоскости 1–1 при следующих исходных данных: $L = 10$ м, $D = 2$ м, $h = 1{,}3$ м, $d = 0{,}8$ м (рис. 4.55).

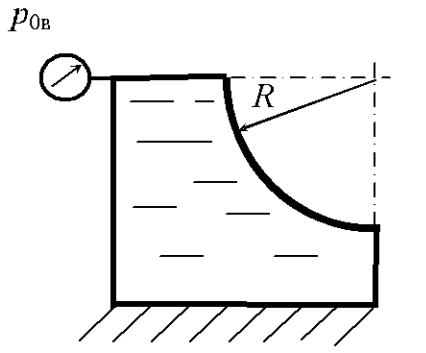


Рис. 4.54

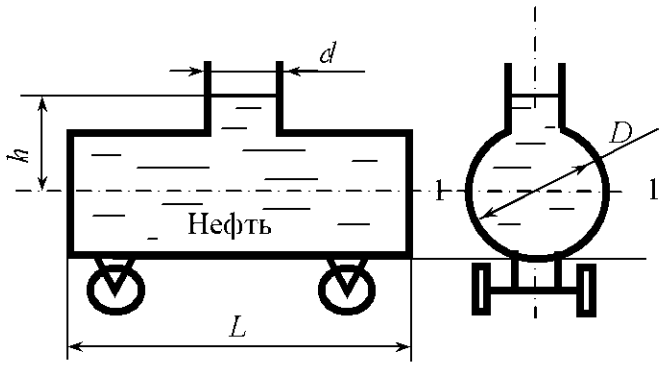


Рис. 4.55

4.59. По дну водоема на глубине $H = 10$ м проложен трубопровод диаметром $D = 500$ мм (рис. 4.56), по которому под избыточным давлением $p_{и} = 1{,}0$ МПа перекачивается нефть ($\rho_{н} = 880$ кг/м^3). Определить усилие, разрывающее трубопровод в плоскости 1–1.

4.60. Определить усилие, отрывающее боковую поверхность от дна резервуара (рис. 4.57), заполненного нефтепродуктами ($\rho_{н} = 870$ кг/м^3) при следующих данных: $H = 3$ м, $d = 1$ м, $D = 2$ м, $p_{0и} = 0{,}1 \cdot 10^5$ Па.

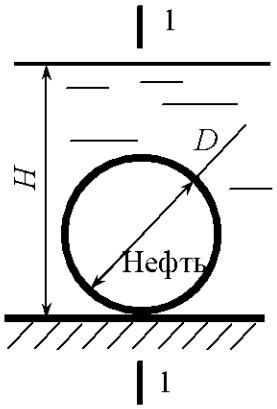


Рис. 4.56

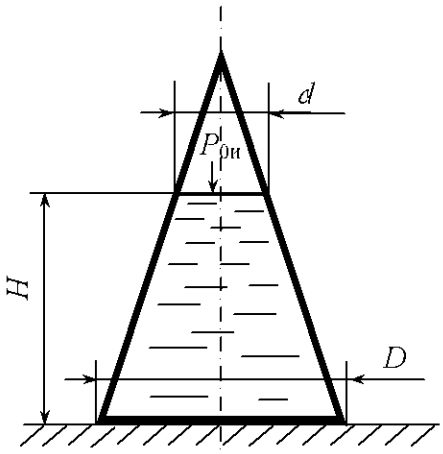


Рис. 4.57

5. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ. ОСТОЙЧИВОСТЬ

Общие сведения

На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости в объёме V, вытесненном телом:

$$P = \rho g V . \qquad (5.1)$$

Эта сила является результирующей сил давления жидкости на погруженное в неё тело. Она проходит через центр тяжести вытесненного объёма жидкости, который называется центром водоизмещения (на рис. 5.1 точка D).

Соотношение между весом тела G и выталкивающей силой P определяет три условия плавания:

$G > P$ – тело тонет;

$G < P$ – тело всплывает;

$G = P$ – тело плавает, причем тело плавает на свободной поверхности жидкости при частичном погружении его в жидкость и в подводном состоянии – при полном погружении.

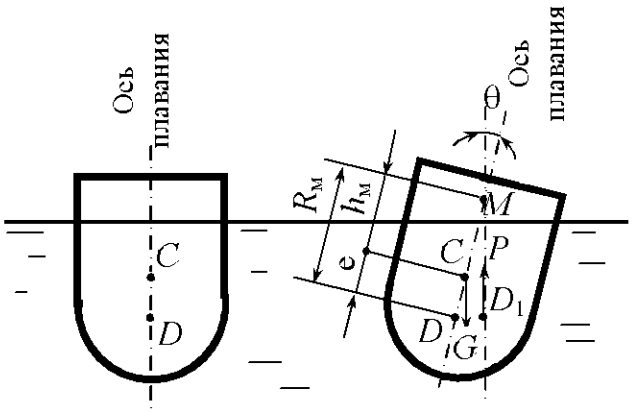


Рис. 5.1

Вес тела можно найти через плотность материала тела и его объем. Средние значения плотности наиболее распространенных материалов приведены в прил. 5.

При равновесии плавающего на свободной поверхности тела его центр тяжести (точка C) находится на общей вертикали, которая называется осью плавания. Ось плавания перпендикулярна к свободной поверхности воды (плоскости плавания).

При наклоне (крене) плавающего тела центр водоизмещения изменяет положение (точка D_1), а ось плавания наклонена к вертикали под углом крена θ.

Точку пересечения выталкивающей силы P при крене тела с осью плавания (точка M) принято называть метацентром. Расстояние между центром тяжести C и метацентром M называется метацентрической высотой $h_м$, а расстояние между центром водоизмещения D и метацентром M – метацентрическим радиусом $R_м$.

Чем выше расположен метацентр над центром тяжести тела, т.е. чем больше метацентрическая высота, тем больше остойчивость тела (способность из крена переходить в положение равновесия), так как момент остойчивости прямо пропорционален метацентрической высоте:

$$M_{\text{о}} = Gh_{\text{м}} \sin\theta . \tag{5.2}$$

При малых углах крена метацентрическую высоту можно определить по формуле

$$h_{\text{м}} = \frac{I_0}{V} - e , \tag{5.3}$$

где I_0 – момент инерции площади плоскости плавания относительно её продольной оси симметрии, образованной при пересечении плоскости плавания диаметральной (диаметральная плоскость – это вертикальная продольная плоскость, которая делит плавающее на поверхности тело на две симметричные части); e – эксцентриситет (расстояние между центром тяжести и центром водоизмещения).

Формулу (5.3) можно записать так:

$$h_{\text{м}} = R_{\text{м}} - e , \tag{5.4}$$

где $R_{\text{м}}$ – метацентрический радиус,

$$R_{\text{м}} = \frac{I_0}{V} . \tag{5.5}$$

Таким образом, положение тела при $h_i > 0$ – остойчивое, $h_i \le 0$ – неостойчивое.

Примеры решения задач

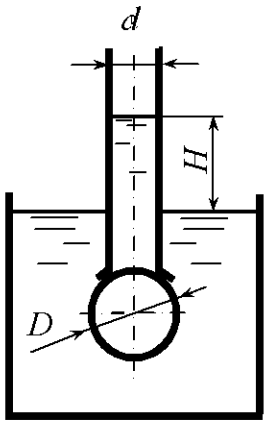


Рис. 5.2

Задача 5.1. Погруженный в воду полый шаровой клапан диаметром $D = 150$ мм и массой $m = 0{,}5$ кг закрывает входное отверстие трубы с внутренним диаметром $d = 100$ мм (рис. 5.2). При какой разности уровней H клапан начнёт пропускать воду из трубы в резервуар?

Решение. На шаровой клапан действует выталкивающая сила, которая является результирующей сил давления жидкости и направлена вверх:

$$P = \rho g V_{\text{к}} - \rho g H \frac{\pi d^2}{4} .$$

В данном выражении первое слагаемое является результирующей сил давления жидкости на клапан при условии $H = 0$. Эта сила направлена вверх. В этом слагаемом $V_к$ – объём шарового клапана:

$$V_к = \frac{\pi D^3}{6}.$$

Второе слагаемое – это сила давления столба жидкости высотой H, она направлена вниз.

Клапан начнет пропускать воду, когда вес клапана уравновешивается силой P:

$$G = P,$$

или

$$mg = \rho g \frac{\pi D^3}{6} - \rho g H \frac{\pi d^2}{4},$$

отсюда

$$H = \frac{\frac{\pi D^3}{6}\rho - m}{\rho\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{\frac{3{,}14 \cdot 0{,}15^3}{6}1000 - 0{,}5}{1000\frac{3{,}14 \cdot 0{,}10^2}{4}} = 0{,}161\text{м}.$$

Задача 5.2. На барже с размерами дна $L \times B = 60 \times 10$ м и осадкой $T = 1{,}5$ м установлен кран грузоподъёмностью 5 т и максимальным вылетом стрелы $l = 15$м (рис. 5.3). Определить угол крена θ баржи при максимальной нагрузке крана, если центр тяжести системы расположен выше дна баржи на $h = 4{,}25$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

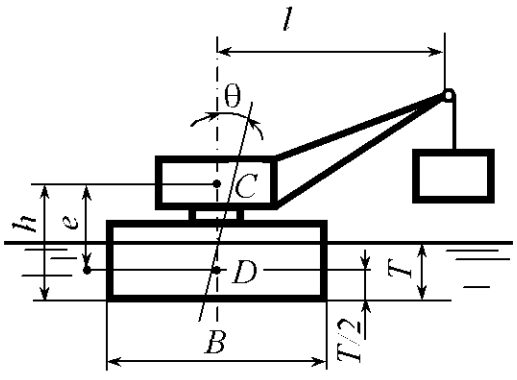


Рис. 5.3

Решение. Кренящий момент, действующий на баржу,

$$M_{кр} = mgl = 5000 \cdot 10 \cdot 15 = 7{,}5 \cdot 10^5 \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Момент остойчивости (восстанавливающий)

$$M_о = Gh_м \sin\theta,$$

где G – вес баржи с грузом,

$$G = LBT\rho g = 60 \cdot 10 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10 = 90 \cdot 10^5 \text{Н};$$

$h_м$ – метацентрическая высота,

$$h_{\text{м}} = \frac{I_0}{V} - e;$$

I_0 – момент инерции площади плоскости плавания относительно продольной её оси симметрии,

$$I_0 = \frac{LB^3}{12};$$

V – объёмное водоизмещение баржи,

$$V = LBT;$$

e – эксцентриситет,

$$e = h - \frac{T}{2} \quad .$$

Тогда

$$h_{\text{м}} = \frac{LB^3}{12LBT} - h + \frac{T}{2} = \frac{10^2}{12 \cdot 1{,}5} - 4{,}25 + 0{,}75 = 2{,}06\,\text{м}.$$

Из условия равенства моментов

$$\sin\theta = \frac{M_{\text{кр}}}{Gh_{\text{м}}} = \frac{7{,}5 \cdot 10^5}{90 \cdot 10^5 \cdot 2{,}06} = 0{,}0404.$$

Тогда

$$\theta = \arcsin 0{,}0404 = 2^{\circ}19'.$$

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Как изменится осадка прямоугольного понтона при переходе его из пресной воды ($\rho = 1000$ кг/м^3) в соленую ($\rho = 1026$ кг/м^3), если масса судна $m = 10^5$ кг? Площадь плоскости плавания 500 м^2.

5.2. Как изменится осадка прямоугольного понтона при снятии с неё груза массой $m = 10^5$ кг, если площадь плоскости плавания составляет 600 м^2?

5.3. Определить плотность древесины бревна круглого сечения, если из воды ($\rho = 1000$ кг/м^3) выступает 0,25 его диаметра.

5.4. Ареометр (рис. 5.4) массой $m = 35{,}3$ г имеет диаметр трубки $d = 30$ мм. Объём сферической части $V = 15$ см^3. Определить глубину H, на которую погрузится ареометр в спирт плотностью $\rho = 700$ кг/м^3.

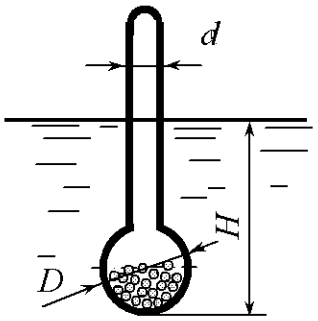


Рис. 5.4

5.5. Прямоугольный понтон шириной $B = 2{,}5$ м, длиной $L = 6{,}0$ м имеет осадку $T = 0{,}9$ м, причём центр тяжести расположен на высоте $h_{\text{ц.т}} = 1{,}2$ м над плоскостью дна. Определить вес груза и проверить остойчивость понтона, если понтон без нагрузки имеет осадку $T_0 = 0{,}1$ м.

5.6. Металлический понтон массой $m = 1500$ кг имеет ширину $B = 2$ м, длину $L = 5$ м и полную высоту бортов $H = 0{,}8$ м. Определить высоту бортов понтона над поверхностью воды при полезной нагрузке 30 кН.

5.7. Сколько брёвен диаметром $D = 0{,}30$ м и длиной $L = 10$ м необходимо для сооружения плота, способного удержать автомашину массой 2100 кг, если плотность древесины $\rho_{\text{др}} = 800$ кг/м^3, а плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3?

5.8. Определить осадку прямоугольного понтона длиной $L = 40$ м, шириной $B = 10$ м. Масса понтона с грузом $m = 1{,}6 \cdot 10^5$ кг.

5.9. Определить вес груза, установленного на прямоугольном понтоне, площадь плоскости плавания которого 40 м^2, если осадка понтона увеличилась на $\Delta T = 0{,}4$ м.

5.10. В сосуд (рис. 5.5) налиты вода ($\rho = 1000$ кг/м^3) и бензин ($\rho_{\text{б}} = 700$ кг/м^3). Определить положение плавающего в сосуде поплавка, если плотность материала поплавка $\rho_{\text{п}} = 800$ кг/м^3.

5.11. Проверить остойчивость понтона длиной $L = 50$ м, шириной $B = 3$ м и высотой $H = 1{,}0$ м. Масса понтона с грузом $m = 1{,}2 \cdot 10^5$ кг. Центр тяжести понтона с грузом расположен в центре поперечного сечения.

5.12. Определить осадку T и проверить остойчивость бруса, плавающего в воде, в положении указанном на рис. 5.6. Размеры бруса: $H = 0{,}4$ м,

$B = 0{,}2$ м, $L = 6{,}0$ м, плотность древесины $\rho_{др} = 800$ кг/м^3, а плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

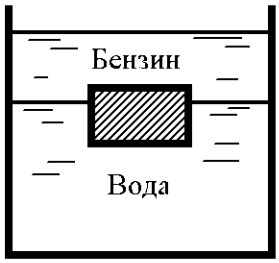


Рис. 5.5

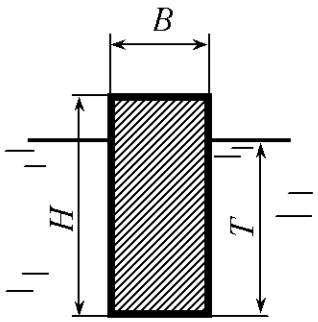


Рис. 5.6

5.13. Цилиндр диаметром $D = 50$ см и высотой $H = 20$ см изготовлен из дерева (плотность древесины $\rho_{др} = 800$ кг/м^3). Проверить остойчивость цилиндра в воде в положении, когда его ось направлена вертикально. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

5.14. Ареометр (рис. 5.4) массой $m = 108$ г имеет диаметр трубки $d = 20$ мм и диаметр сферической части $D = 30$ мм. Определить удельный вес жидкости, если глубина погружения в неё ареометра составляет $H = 200$ мм.

5.15. По окончании погрузки 1800 м^3 песка глубина погружения баржи (осадка) увеличилась на 1,2 м. Определить удельный вес песка, если площадь плоскости плавания баржи равна 2400 м^2.

5.16. Шарообразный поплавок плавает в жидкости, находящейся в цилиндрическом сосуде (рис. 5.7). Сосуд плавает в воде. Вес сосуда $G_1 = 20$ Н, вес жидкости $G_2 = 50$ Н, $T = 1$ м, диаметр сосуда $D = 0{,}1$ м. Определить вес поплавка.

5.17. Определить угол крена θ деревянного цилиндра (рис. 5.8) с удельным весом $\gamma = 7{,}5$ кН/м^3, если на него действует кренящий момент $M_{кр} = 150$ Н·м. Диаметр цилиндра $D = 1{,}4$ м, высота цилиндра $H = 0{,}9$ м.

5.18. Нефтеналивной танкер, груженый моторным топливом плотностью $\rho = 890$ кг/м^3, перекачал в рейдовую баржу 50 м^3 топлива. Осадка танкера при этом уменьшилась на $\Delta T = 10$ см. Определить площадь плоскости плавания танкера.

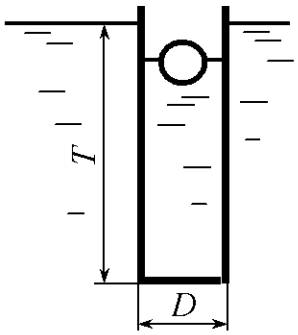


Рис. 5.7

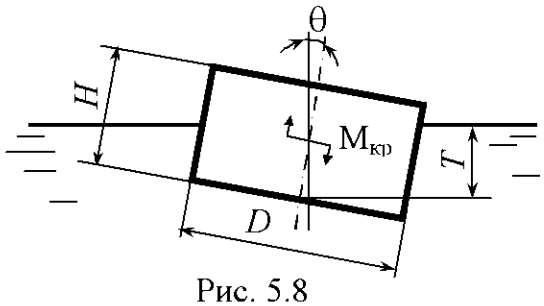


Рис. 5.8

5.19. В пресной воде плавает поплавок из однородного материала в положении, указанном на схеме (рис. 5.9). Определить плотность материала поплавка, если диаметр $D = 15$ см, $H = 20$ см, $h = 4$ см.

5.20. Определить, остойчив ли понтон длиной $L = 6$ м, плавающий в воде в положении, указанном на схеме (рис. 5.10), если $a = 2$ м, $b = 1$ м, $H = 1{,}6$ м, $T = 0{,}5$ м, $x = 0{,}5$ м.

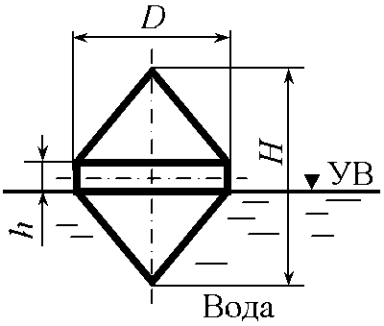


Рис. 5.9

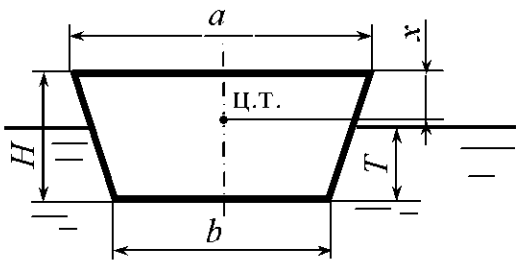


Рис. 5.10

5.21. Прямоугольный понтон шириной $B = 2{,}5$ м, длиной $L = 16$ м имеет осадку $T = 0{,}9$ м, причем центр тяжести расположен на высоте $h = 1{,}2$ м от плоскости дна. Определить вес груза и проверить остойчивость понтона, если понтон без нагрузки имеет осадку $t = 0{,}1$ м.

5.22. В воде плавает деревянный цилиндр высотой H и диаметром $D = 0{,}5$ м так, что его образующая вертикальна. Определить предельную высоту цилиндра, при которой он теряет остойчивость, если плотность древесины $\rho_{др} = 700$ кг/м^3.

5.23. Понтон прямоугольного сечения (рис. 5.11) массой 4 т имеет следующие размеры: длину $L = 10$ м, ширину $B = 3$ м, высоту $H = 1{,}5$ м.

Определить грузоподъемность понтона при высоте надводной части борта $h = 40$ см, а также метацентрический радиус.

5.24. Прямоугольный понтон (рис. 5.12) шириной $B = 2{,}5$ м, длиной $L = 6{,}0$ м имеет осадку $T = 0{,}9$ м, причем центр тяжести понтона с грузом расположен на высоте $h = 1{,}0$ м от плоскости дна. Определить вес груза и проверить остойчивость понтона, если понтон без нагрузки имеет осадку $T = 0{,}4$ м.

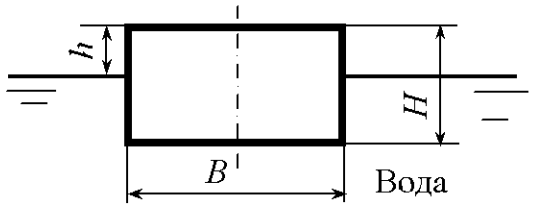


Рис. 5.11

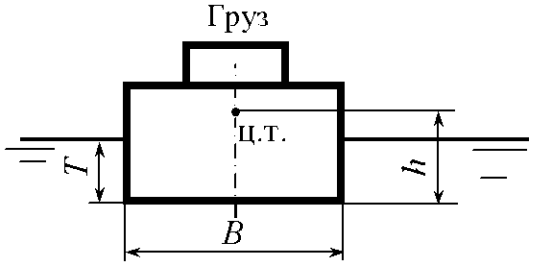


Рис. 5.12

5.25. Проверить остойчивость понтона (рис. 5.13), имеющего длину $L = 50$ м, ширину $B = 6$ м, высоту борта $H = 1$ м и собственный вес 490 кН. На понтоне имеется груз, масса которого составляет 200 т. Считать, что центр тяжести понтона вместе с грузом лежит в центре поперечного сечения понтона.

5.26. Определить, остойчиво ли однородное тело, плавающее в воде в положении, указанном на рис. 5.14, если $L = 3$ м, $B = 2{,}5$ м, $H = 2$ м, $T = 1{,}7$ м.

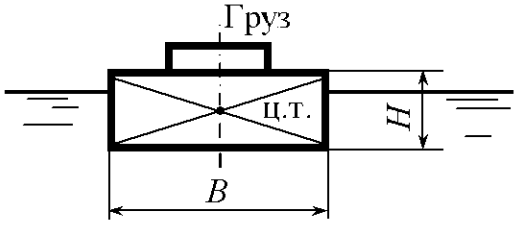


Рис. 5.13

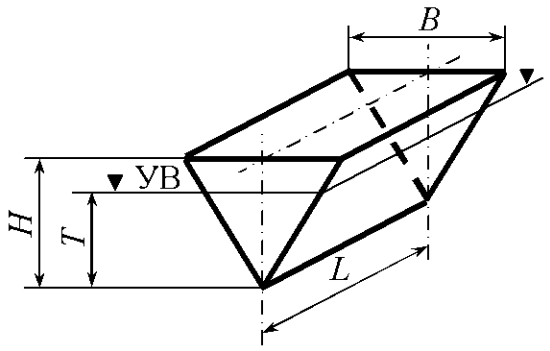


Рис. 5.14

5.27. Определить, при каком манометрическом давлении жидкости внутри трубы откроется клапан K, закрывающий при горизонтальном положении рычага отверстие трубы. Плечо B рычага в 5 раз меньше, чем плечо A. Диаметр трубы $d = 30$ мм, полого шара $D = 60$ мм (рис. 5.15).

При расчете вес рычага и полого шара не учитывать. В резервуаре жидкость с такой же плотностью, как и в трубопроводе ($\rho_{ж} = 800$ кг/м^3).

5.28. На барже (рис. 5.16) с размерами дна $L \times B = 60 \times 10$ м и осадкой $T = 1{,}5$ м установлен кран. Определить массу груза при условии: вылет стрелы крана $l = 15$ м, угол крена $\theta = 2^{\circ}$, центр тяжести системы расположен выше дна баржи на 4,25 м.

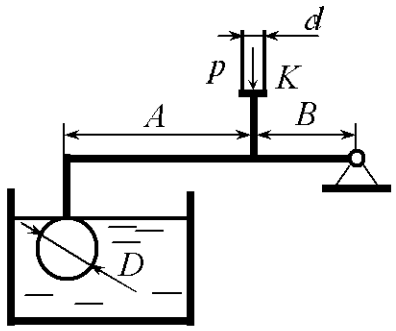


Рис. 5.15

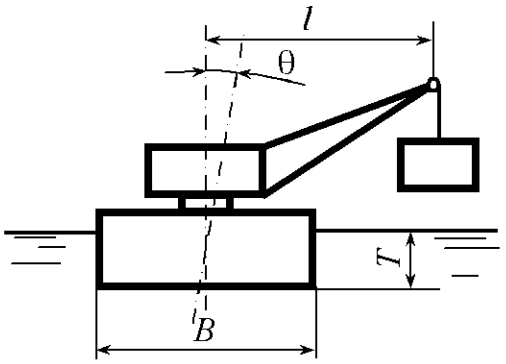


Рис. 5.16

5.29. Проверить остойчивость деревянного бруса, плавающего в воде, в положении, указанном на рис. 5.17, если известны размеры поперечного сечения бруса: $H = 15$ см, $B = 25$ см, $L = 600$ см, $\rho_{др} = 700$ кг/м^3.

5.30. Ареометр (рис. 5.4), изготовленный из полой стеклянной трубки, снабжен внизу шариком с дробью. Диаметр трубки $d = 2{,}0$ см. Определить, на какую глубину погрузится ареометр в спирт плотностью $\rho_{сп} = 700$ кг/м^3. Объем сферической части $V = 10$ см^3. Масса ареометра $m = 25$ г.

5.31. Определить вес поплавка $D = 20$ см, который при слое бензина $H \geq 80$ см обеспечивал бы автоматическое открывание клапана диаметром $d = 4$ см. Длина тяги $l = 74$ см. Масса клапана и тяги 0,173 кг. Плотность бензина $\rho_{б} = 750$ кг/м^3 (рис. 5.18).

5.32. При каком уровне воды в резервуаре клапан диаметром $d = 100$ мм откроется (рис. 5.18)? Клапан снабжен поплавком диаметром $D = 20$ см и высотой $h = 500$ мм. Длина тяги $l = 1000$ мм. Масса поплавка с клапаном и тягой 3,1 кг. Объём клапана и тяги 380 см^3.

5.33. Закрытая бочка диаметром $D = 60$ см и высотой $H = 1{,}2$ м плавает в воде (рис. 5.19). Определить объём бензина ($\rho_б = 750$ кг/м^3) в бочке, если масса пустой бочки $m = 20$ кг, а её осадка с бензином $T = 10$ см.

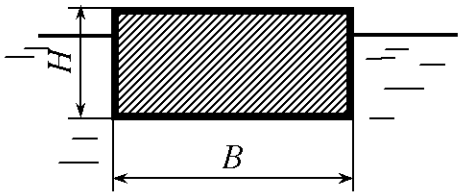


Рис. 5.17

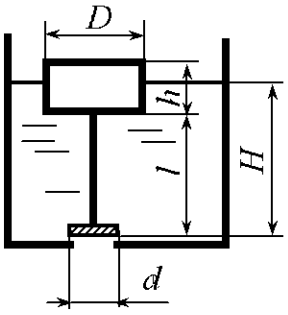


Рис. 5.18

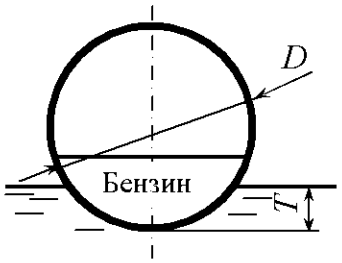


Рис. 5.19

5.34. Бочка (рис. 5.20), диаметр и высота которой соответственно равны $D = 0{,}50$ м, $H = 1{,}05$ м, плавает в воде. Проверить бочку на остойчивость, если в бочке находится 200 л бензина, плотность которого $\rho_б = 750$ кг/м^3. Масса пустой бочки $m = 20$ кг

5.35. В воде плавает пучок бревен (рис. 5.21), объем древесины в котором $V_0 = 20$ м^3. Определить объем древесины, находящейся в воде, если плотность древесины $\rho_{др} = 870$ кг/м^3.

5.36. Наплавное сооружение (бон) длиной 26 м изготовлено из 4-кантного бруса (рис. 5.22). Определить осадку бона T и запас плавучести, если плотность древесины бона $\rho_{др} = 800$ кг/м^3. Ширина и высота бона соответственно равны $B = 1{,}0$ м, $H = 20$ см.

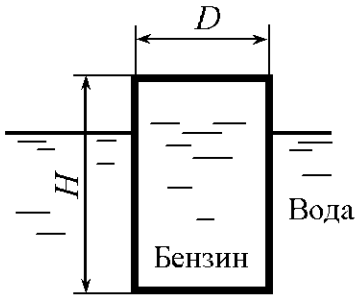


Рис. 5.20

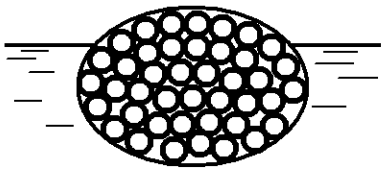


Рис. 5.21

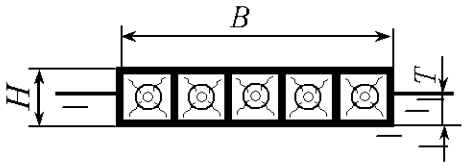


Рис. 5.22

5.37. Наплавная опора катамаранного типа на двух понтонах прямоугольного сечения имеет массу $m = 2000$ кг (рис. 5.23). Определить полезную нагрузку на наплавную опору при условии: высота надводного борта

должна быть не менее $H_б = 0{,}25$ м, а размеры каждого понтона $H = 0{,}8$ м, $B = 1{,}0$ м, $L = 5{,}0$ м.

5.38. Прямоугольный понтон с размерами $L = 6{,}0$ м, $B = 1{,}5$ м, $H = 0{,}75$ м и массой $m = 2000$ кг имеет две водонепроницаемые перегородки, которые делят понтон на три равных отсека (рис. 5.24). Определить, при разгерметизации какого числа отсеков понтон будет оставаться на плаву.

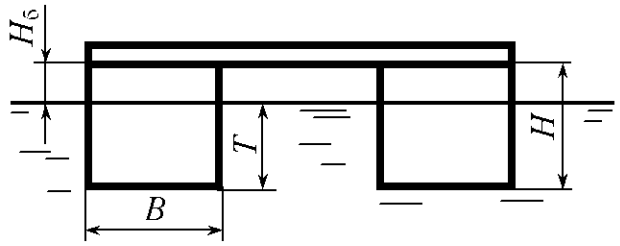


Рис. 5.23

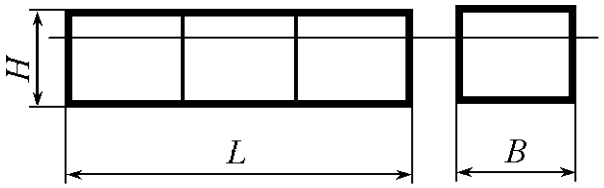


Рис. 5.24

5.39. Для обследования трубопроводов используют подводный аппарат объемом 6,0 м^3 и массой 5900 кг. Определить объем воды, который необходимо заполнить в балластный отсек, чтобы аппарат начал погружение в пресной воде.

5.40. При прокладке через водные препятствия трубопроводы крепят от всплытия железобетонными массивами (рис. 5.25). Определить минимальный объем одного массива при условии: диаметр трубопровода $D = 1000$ мм, масса одного погонного метра трубопровода $m = 250$ кг, плотность железобетона $\rho_{жб} = 2400$ кг/м^3, плотность газа в трубопроводе $\rho_г = 2{,}5$ кг/м^3. Массивы установлены попарно через каждые 10 м трубопровода.

5.41. Для крепления знаков навигационной обстановки на водоемах используют мертвые якоря в виде железобетонных массивов (рис. 5.26). Определить силу давления массива на дно водоема, если его объем $V = 0{,}5$ м^3, а плотность железобетона $\rho_{жб} = 2400$ кг/м^3.

5.42. Масса стального каната в воздухе $m = 2{,}91$ кг/м. Определить вес каната в воде, если плотность воды $\rho_в = 1020$ кг/м^3, а плотность стали $\rho_{ст} = 7850$ кг/м^3.

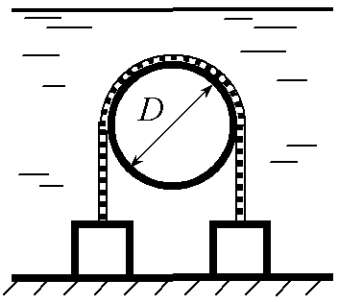


Рис. 5.25

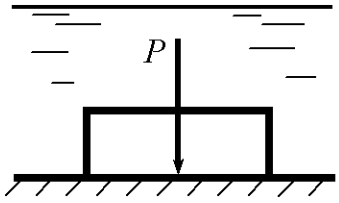


Рис. 5.26

5.43. При измерении скорости течения на глубине используют глубинный поплавок, объем которого $V_г = 1000$ см^3, а масса $m = 1{,}01$ кг. Определить минимально необходимый объем указателя $V_у$, находящегося на поверхности пресной воды и соединённого с глубинным поплавком гибкой связью, если плотность материала указателя $\rho_у = 500$ кг/м^3. Влиянием гибкой связи пренебречь.

5.44. Для измерения поверхностной скорости течения изготавливают поплавки из бревна диаметром $D = 20$ см (рис. 5.27). Определить высоту поплавка при условии: осадка поплавка $T = 3$ см, плотность древесины $\rho_{др} = 600$ кг/м^3.

5.45. Объем древесины в наплавной опоре $V = 20$ м^3 (рис. 5.28). На опоре установлена лебедка массой 1500 кг. Определить запас плавучести опоры, если плотность древесины $\rho_{др} = 800$ кг/м^3. Опора плавает в пресной воде.

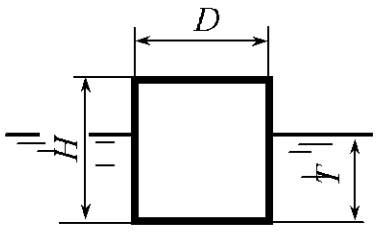


Рис. 5.27

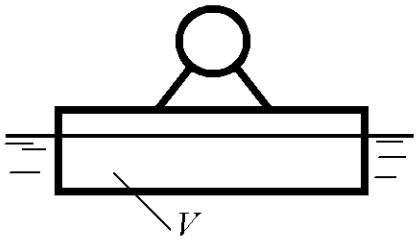


Рис. 5.28

5.46. Определить объем древесины, необходимый для изготовления наплавной опоры, на которой находятся двое рабочих. Масса одного рабочего $m = 80$ кг, плотность древесины $\rho_{др} = 800$ кг/м^3. Опора плавает в пресной воде. Коэффициент запаса плавучести $\eta = 1{,}75$.

5.47. На бревне закреплен лесосплавной такелаж массой $m = 10$ кг. Определить плотность древесины, при которой бревно потеряет плавучесть в пресной воде, если диаметр бревна $D = 0{,}22$ м, длина бревна $L_{бр} = 6{,}1$ м. Плотность материала такелажа $\rho_т = 7850$ кг/м^3. Такелаж находится в воде.

5.48. Определить минимальную площадь льдины при сохранении плавучести с одним человеком массой $m = 80$ кг, если относительная плотность льда $\delta = 0{,}9$, толщина $H = 0{,}30$ м, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

5.49. Сбросив балласт, всплывает подводный аппарат массой $m = 10^5$ кг и объемом $V = 120$ м^3. Определить вертикальную силу, действующую на аппарат, если плотность воды $\rho_в = 1020$ кг/м^3.

5.50. В резервуаре налита пресная вода, а поверх нее масло (рис. 5.29). Определить осадку T цилиндрического поплавка, если диаметр поплавка $D = 0{,}1$ м, толщина слоя масла $\Delta H = 0{,}03$ м, плотность масла $\rho_м = 800$ кг/м^3; масса поплавка $m = 0{,}5$ кг.

5.51. В нефтяную скважину (рис. 5.30) опущена открытая снизу труба внутренним диаметром $d = 156$ мм, длиной $L = 800$ м и толщиной стенки $\delta = 7$ мм. Определить продольное усилие, разрывающее трубу, при условии, что труба внутри и снаружи окружена глинистым раствором плотностью $\rho_{г.р} = 1400$ кг/м^3, а плотность материала трубы $\rho_{тр} = 7850$ кг/м^3.

5.52. При измерении глубины воды в реке используют деревянный шест диаметром $d = 5$ см и длиной $L = 5{,}0$ м (рис. 5.31). Определить усилие, которое необходимо приложить к шесту при измерении глубины $H = 4{,}0$ м, если плотность древесины шеста $\rho_{др} = 600$ кг/м^3.

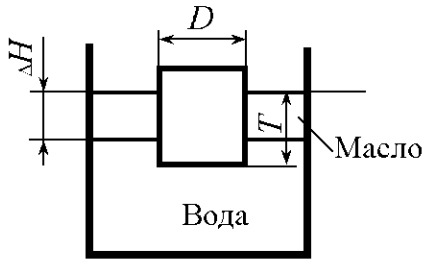


Рис. 5.29

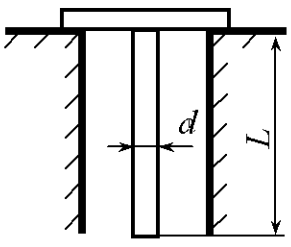


Рис. 5.30

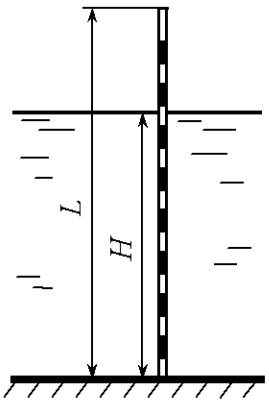


Рис. 5.31

5.53. На баржу-площадку прямоугольного сечения нагружены круглые лесоматериалы, объем которых $V_{л} = 1500 м^3$ (рис. 5.32). Определить осадку баржи с грузом и проверить ее остойчивость, если ширина баржи $B = 15{,}0$ м, длина $L = 78{,}0$ м, высота борта $H = 2{,}5$ м, осадка баржи порожнем $T_{п} = 0{,}34$ м, плотность лесоматериалов $\rho_{др} = 880$ кг/м^3, плотность воды $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3, центр тяжести лесоматериалов расположен на высоте $h_C = 1{,}5$ м, центр тяжести баржи – в центре ее поперечного сечения.

5.54. Водопроводная труба (рис. 5.33) внутренним диаметром $d = 10$ мм закрывается клапаном при горизонтальном положении рычага, размеры которого $a = 40$ мм, $b = 150$ мм. Диаметр сферического поплавка $D = 50$ мм, масса его $m_{ш} = 10$ г. Пренебрегая влиянием веса рычага и клапана, определить давление воды в трубопроводе, при котором клапан начнет пропускать воду.

5.55. Цилиндрический буй диаметром $D = 2$ м и высотой $L = 2{,}7$ м имеет массу $m = 2000$ кг (рис. 5.34). Определить силу P от якорной цепи, при которой буй будет плавать вертикально. Сила P приложена к центру основания буя. Какова будет при этом глубина погружения T?

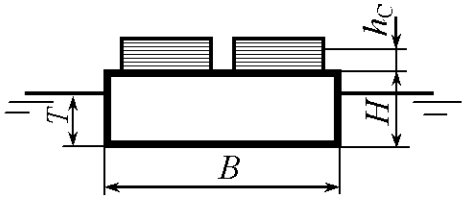


Рис. 5.32

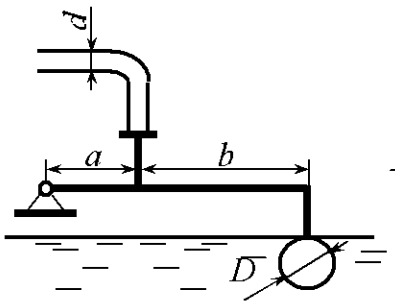


Рис. 5.33

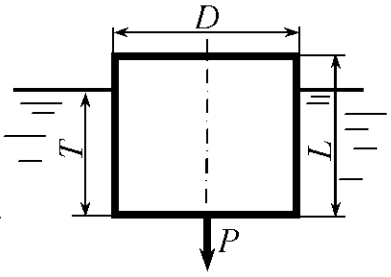


Рис. 5.34

5.56. На баржу-площадку прямоугольного сечения нагружены круглые лесоматериалы (рис. 5.35). Определить угол крена баржи при боковом ветре, давление которого равно 279 Па, при следующих исходных данных: длина баржи $L = 78{,}0$ м; ширина баржи $B = 15{,}0$ м, высота борта $H = 2{,}5$ м, осадка порожнем $T_{п} = 0{,}34$ м, высота штабелей лесоматериалов $h_{л} = 3{,}2$ м, длина штабелей $L_{л} = 70{,}0$ м, масса лесоматериалов $m = 1200$ т.

5.57. Определить плотность древесины, при которой бревно, плавающее в пресной воде, длиной 6,1 м, средним диаметром 20 см займет вертикальное положение.

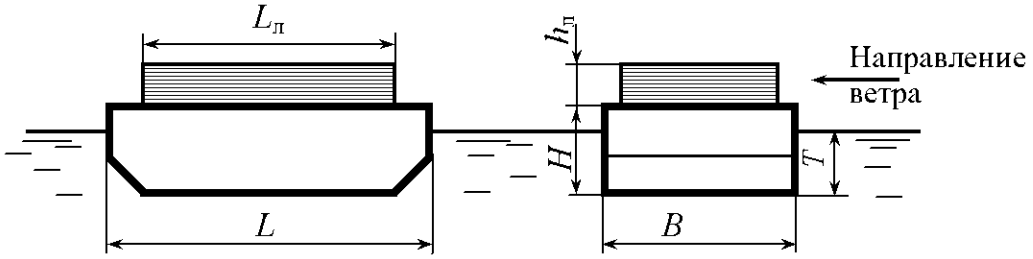


Рис. 5.35

5.58. В воде плавает пучок бревен (рис. 5.21), объем древесины в котором $V_0 = 20\,м^3$. Определить объем древесины, находящейся над водой, если плотность древесины $\rho_{др} = 880\,кг/м^3$.

5.59. В ртути ($\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3\,кг/м^3$) плавает стальной шарик ($\rho_{ст} = 7850\,кг/м^3$). Определить, какая часть объема шарика не погружена в ртуть.

5.60. В воде плавает ведро массой $m = 2$ кг, высота и диаметр которого равны $H = 30$ см, $d = 20$ см (рис. 5.36). Определить объем воды в ведре, при котором ведро будет плавать в вертикальном положении, если центр тяжести пустого ведра расположен на расстоянии $h = 13$ см от дна.

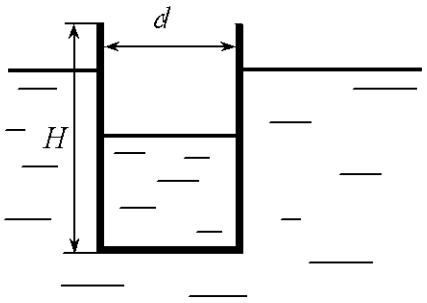


Рис. 5.36

6. РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ДВИЖУЩИХСЯ СОСУДАХ

Общие сведения

При равновесии в движущемся сосуде жидкость, заполняющая сосуд, движется вместе с ним как твердое тело. В зависимости от характера действующих массовых сил в жидкости поверхность равного давления, как и свободная поверхность, может принимать различную форму. Рассмотрим некоторые случаи равновесия жидкости в движущихся сосудах.

1. Жидкость находится в сосуде, который движется прямолинейно в горизонтальном направлении с постоянным ускорением $+a$ (рис. 6.1, *а*) или с постоянным замедлением $-a$ (рис. 6.1, *б*).

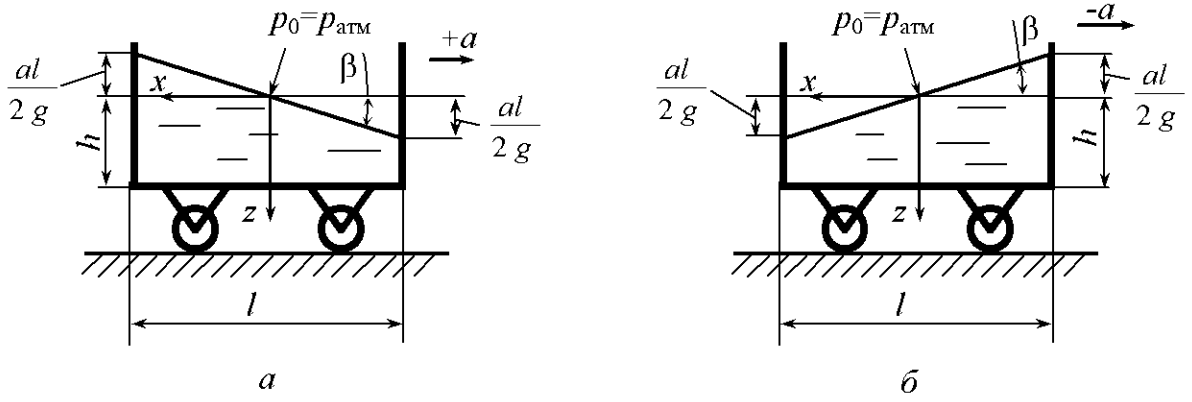


Рис. 6.1

В данном случае жидкость подвержена воздействию не только поверхностных сил, но также массовых сил тяжести и инерции.

Поверхность равного давления является наклонной плоскостью. Давление в любой точке жидкости определяется по формуле [1]

$$p = p_0 + \rho(gz + ax). \tag{6.1}$$

Для свободной поверхности жидкости, когда $p = p_0$, уравнение имеет вид

$$gz = -ax \tag{6.2}$$

или

$$\frac{z}{x} = \operatorname{tg}\,\beta = -\frac{a}{g}\,, \tag{6.3}$$

где β – угол наклона свободной поверхности жидкости к горизонту.

Для жидкости, заполняющей сосуд, открытый в атмосферу, т.е. при условии $p_0 = p_{атм}$, избыточное давление в любой точке жидкости определяется по формуле

$$p_и = \rho g\left(z + \frac{a}{g}x\right) . \qquad (6.4)$$

Формула (6.4) применима и для замкнутых сосудов с избыточным давлением ($p_0 > p_{атм}$) над жидкостью, если отсчитывать координаты z и x от пьезометрической плоскости, т.е. от поверхности уровня, давление в точках которой равно атмосферному (рис. 6.2). Так, при определении давления в точке C формула (6.4) примет вид

$$p_{Cи} = \rho g h_C ,$$

где h_C – расстояние от точки C до пьезометрической плоскости.

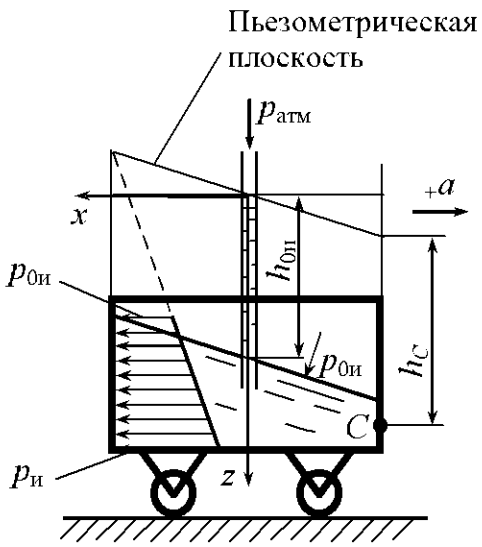


Рис. 6.2

В формуле (6.4) величина $z + \frac{a}{g}x$ есть глубина погружения по вертикали от пьезометрической плоскости до точки, в которой определяется давление.

Если сосуд движется равномерно ($a = 0$), уравнение (6.1) примет вид

$$p = p_0 + \rho g z .$$

Силы давления жидкости на плоские стенки в рассматриваемом случае равновесия, благодаря однородности поля массовых сил, определяются зависимостями, которые используются в случае равновесия жидкости в неподвижном сосуде [2]. Координаты центра давления действующих сил зависят от величины и направления ускорения a и определяются по формулам, приведенным в [2].

2. Жидкость находится в сосуде, который движется прямолинейно с углом наклона к горизонту α и с постоянным ускорением $+a$ (рис. 6.3, *а*) или с постоянным замедлением $-a$ (рис. 6.3, *б*).

Давление в любой точке жидкости определяется по формуле

$$p = p_0 + \rho g\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right)\left(z + \frac{a}{g}x\right). \qquad (6.5)$$

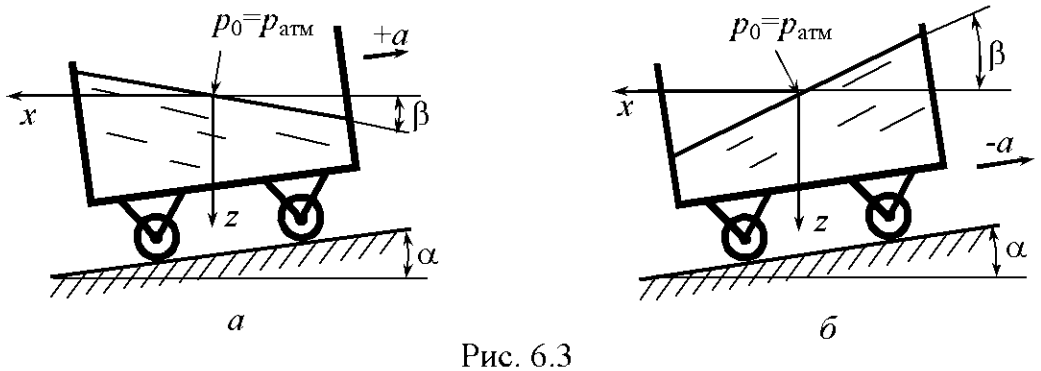


Рис. 6.3

В формуле (6.5) величина $z+\frac{a}{g}x$ есть глубина погружения по вертикали от пьезометрической плоскости до точки, в которой определяется давление, а угол α принимается со знаком «плюс» при движении сосуда на подъёме и со знаком «минус» на спуске.

Если сосуд движется вертикально вверх ($\alpha = 90^\circ$), то уравнение (6.5) принимает вид

$$p = p_0 + \rho g\left(1+\frac{a}{g}\right)z. \qquad (6.6)$$

Если сосуд движется вертикально вниз ($\alpha = -90^\circ$), то

$$p = p_0 + \rho g\left(1-\frac{a}{g}\right)z. \qquad (6.7)$$

В выражениях (6.1)–(6.7) ускорение a принимается с учетом знака.

Изложенные выше замечания к формуле (6.4) справедливы и для формул (6.5)–(6.7). Также справедливы в данном случае и замечания по определению сил давления жидкости на плоские стенки и координат центра давления.

Силу давления P на криволинейную стенку можно определить также из условия относительного равновесия жидкости объемом V, заключенной между криволинейной стенкой и плоским сечением, проведенным через граничный контур стенки (рис. 6.4):

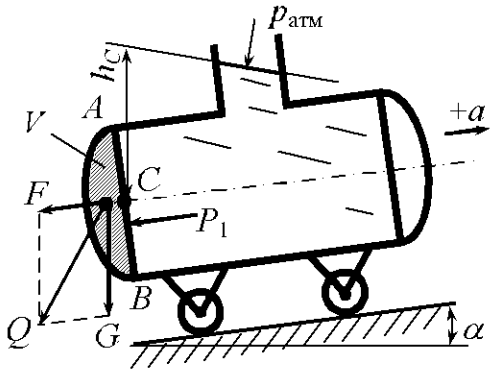


Рис. 6.4

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{G} + \vec{F} \text{ или } \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{Q}, \qquad (6.8)$$

где $\vec{P}_1$ – сила давления на плоское сечение ACB, проведенное через граничный контур стенки,

$$P_1 = p_{Cи}\omega = \rho g h_C \omega, \qquad (6.9)$$

h_C – расстояние по вертикали от пьезометрической плоскости до центра тяжести сечения ACB (точка C); ω – площадь сечения ACB; $\vec{G}$ – вес жидкости объемом V,

$$G = \rho g V; \tag{6.10}$$

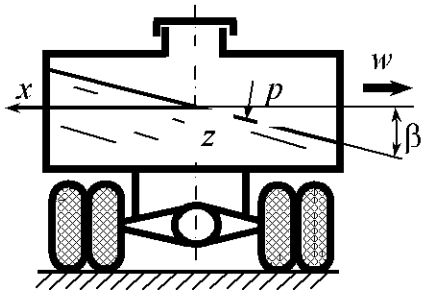
$\vec{F}$ – сила инерции жидкости, заключенной в объеме V,

$$F = \rho a V; \tag{6.11}$$

$\vec{Q}$ – суммарная массовая сила,

$$\vec{Q} = \vec{G} + \vec{F}. \tag{6.12}$$

3. Жидкость находится в сосуде, который движется по горизонтальному закруглению с постоянной скоростью (рис. 6.5). В данном случае на жидкость действуют поверхностные силы, массовые силы тяжести и инерции. Поверхность равного давления является наклонной плоскостью. Давление в любой точке жидкости определяется по формуле



Ри

$$p = p_0 + \rho(gz + wx), \tag{6.13}$$

где w – центробежное ускорение; при условии $R >> x$

$$w = \omega^2 R \tag{6.14}$$

или

$$w = \frac{\upsilon^2}{R}; \tag{6.15}$$

ω – угловая скорость движения сосуда; R – радиус закругления; υ – линейная скорость движения сосуда.

Для свободной поверхности жидкости, когда $p = p_0$, уравнение (6.13) принимает вид

$$gz = -wx \tag{6.16}$$

или

$$\frac{z}{x} = \operatorname{tg}\beta = -\frac{w}{g}, \tag{6.17}$$

где β – угол наклона свободной поверхности жидкости к горизонту.

При условии $p_0 = p_{\text{атм}}$ избыточное давление в любой точке жидкости определяется по формуле

$$p_{\text{и}} = \rho g\left(z + \frac{w}{g}x\right), \tag{6.18}$$

где $z + \frac{w}{g}x$ – глубина погружения по вертикали от пьезометрической плоскости до точки, в которой определяется давление $p_{\text{и}}$.

Формула (6.18) применима и для сосудов с избыточным ($p_0 > p_{атм}$) или вакуумметрическим давлением ($p_0 < p_{атм}$) над жидкостью, если отсчитывать координаты z и x от пьезометрической плоскости, т.е. от поверхности уровня, давление в точках которого равно атмосферному.

4. Жидкость находится в сосуде, равномерно вращающемся относительно вертикальной оси. В этом случае жидкость подвержена воздействию поверхностных сил, массовых сил тяжести и инерции. Причем поле центробежных сил инерции неоднородно, так как центробежные силы, действующие на жидкость, зависят от центробежного ускорения $w = \omega^2 r$ (ω – угловая скорость сосуда), а ускорение зависит от радиуса r.

Поверхность уровня представляет собой параболоид вращения, ось которого совпадает с осью вращения сосуда (рис. 6.6).

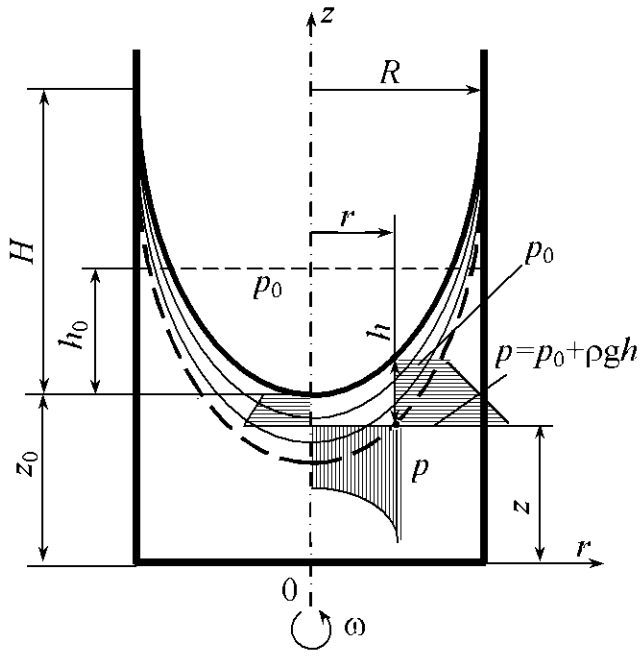


Рис. 6.6

Уравнение поверхности уровня во вращающихся вместе с сосудом цилиндрических координатах (r, z) имеет вид

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \qquad (6.19)$$

где z_0 – вертикальная координата вершины параболоиды поверхности уровня; r, z – координаты любой точки поверхности уровня.

Высота параболоида

$$H = \frac{\omega^2 R^2}{2g},$$

где R – радиус сосуда.

Закон распределения давления в жидкости выражается уравнением

$$p = p_0 + \rho\frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g(z - z_0), \qquad (6.20)$$

где p – давление в произвольной точке жидкости с координатами r и z; p_0 – давление в точках параболоида поверхности уровня, вертикальная координата вершины которого равна z_0.

Из уравнения следует, что в любой точке на глубине h от поверхности уровня с давлением p_0

$$p = p_0 + \rho g h . \qquad (6.21)$$

Избыточное давление в точках на глубине h под параболоидом пьезометрической поверхности (в открытом сосуде – под параболоидом свободной поверхности)

$$p_{и} = \rho g h . \qquad (6.22)$$

Из уравнения (6.20) следует параболический закон распределения давления по радиусу (рис. 6.6).

Если обозначить расстояние между первоначальным уровнем жидкости (до вращения сосуда) и вершиной параболоида h_0 (рис. 6.6), то $h_0 = \frac{H}{2}$.

Положение свободной поверхности жидкости в сосуде определяется объемом находящейся в нем жидкости. При этом объем параболоида вращения

$$V = \frac{\pi R^2}{2} H ; \qquad (6.23)$$

объем жидкости во вращающемся цилиндрическом сосуде в случае, когда свободная поверхность жидкости пересекает дно сосуда (рис. 6.7),

$$W = \pi\left(R^2 - R_1^2\right)\frac{b}{2} = \frac{\pi g}{\omega^2} b^2 . \qquad (6.24)$$

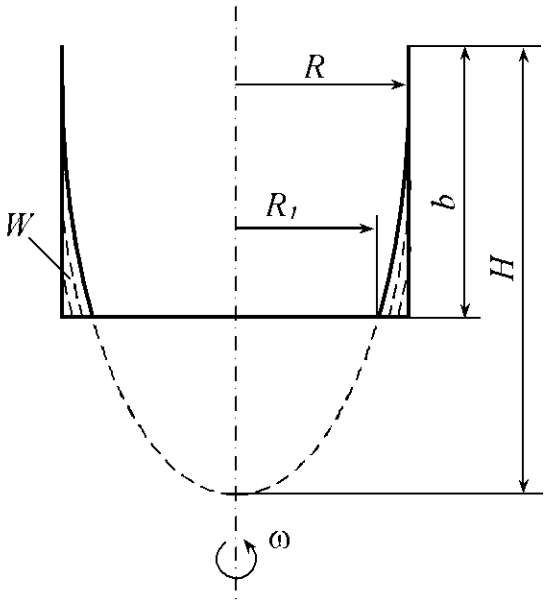


Рис. 6.7

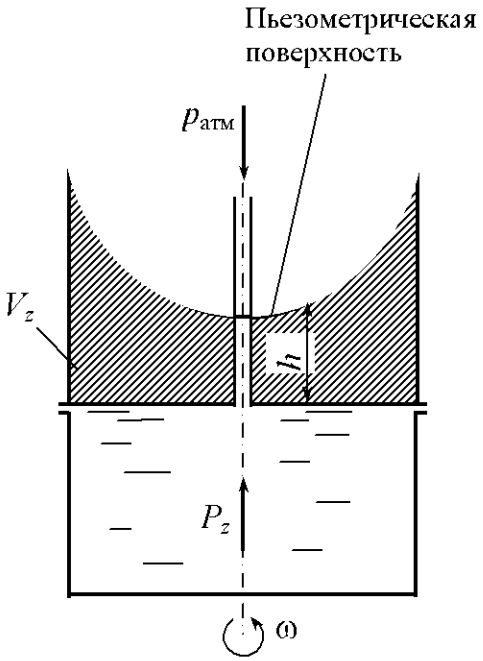


Рис. 6.8

Когда свободная поверхность отсутствует, положение пьезометрической поверхности определяется из условия, что она проходит через точку жидкости, давление в которой равно атмосферному. На рис. 6.8 заштрихована площадь сечения тела давления на верхнюю крышку сосуда вертикальной плоскостью, проходящей через ось вращения. Сила давления жидкости на вертикальную крышку

$$P_z = \rho g V_z, \tag{6.25}$$

где V_z – объем тела давления, построенного параллельно направлению z, между стенкой и пьезометрической поверхностью.

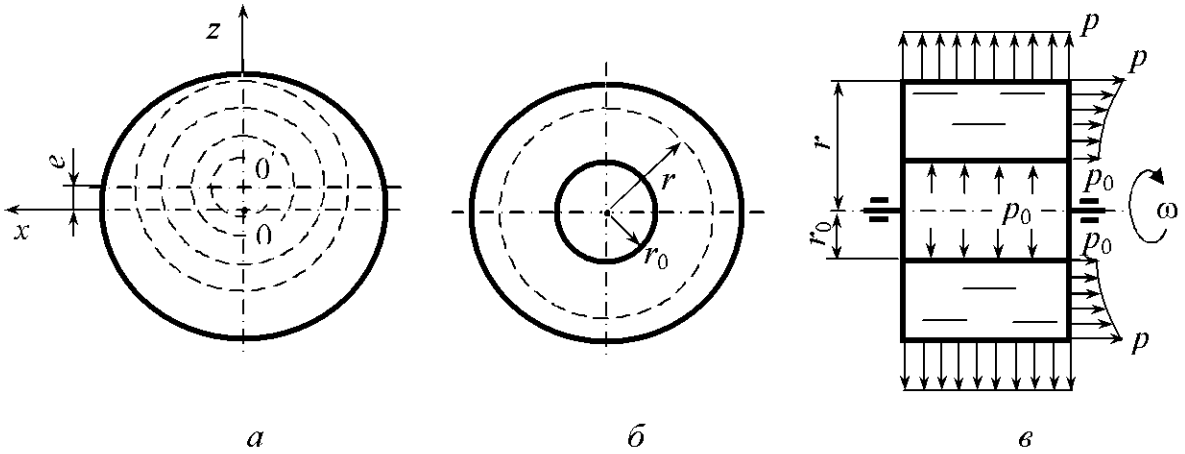
5. Жидкость находится в сосуде, равномерно вращающемся вокруг горизонтальной оси. В данном случае жидкость также подвержена воздействию массовых сил тяжести и центробежной силы. Поверхности равного давления представляют концентрически расположенные боковые поверхности цилиндров, оси которых горизонтальны и смещены относительно оси $0x$ на величину эксцентриситета $e = \dfrac{g}{\omega^2}$ (рис. 6.9, *а*).

Рассмотрим случай, когда центробежные силы велики по сравнению с силой тяжести жидкости и последней можно в расчетах пренебречь, т.е. при условии $\omega^2 r >> g$.

При данном условии поверхности уровня представляют собой концентричные цилиндры с осями, совпадающими с осью вращения сосуда (рис. 6.9, *б*). Закон распределения давления для этого случая имеет вид

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 (r^2 - r_0^{\,2})}{2}, \tag{6.26}$$

где p_0 – давление в точках цилиндрической поверхности радиусом r_0; p – давление в точках цилиндрической поверхности радиусом r.



а *б* *в*

Рис. 6.9

Закон распределения давления (6.26) по радиусу является параболическим. Эпюры давления представлены на рис. 6.9, *в*. Если сила тяжести мала по сравнению с центробежной, то формула (6.26) может применяться при любом расположении оси вращения сосуда.

Примеры решения задач

Задача 6.1. Цистерна диаметром $D = 1{,}2$ м и длиной $L = 2{,}5$ м, наполненная нефтью (относительная плотность $\delta = 0{,}9$) до высоты $b = 1$ м, движется горизонтально с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2 (рис. 6.10). Определить силы давления на плоские торцовые крышки A и B цистерны. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

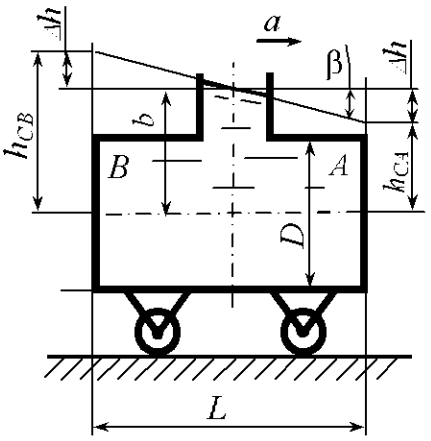


Рис. 6.10

Решение. При горизонтальном движении сосуда с ускорением a свободная поверхность жидкости наклонится к горизонту под углом β, определяемым из условия

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{a}{g}.$$

Вычислим величину Δh, на которую опустится нефть у передней стенки A и поднимется у задней стенки B:

$$\Delta h = \frac{L}{2}\frac{a}{g} = \frac{2{,}5 \cdot 2}{2 \cdot 10} = 0{,}25\,\text{м}.$$

Сила давления нефти на крышку A

$$P_A = \rho g h_{CA} \omega_A = \rho g (b - \Delta h)\frac{\pi D^2}{4} = 1000 \cdot 0{,}9 \cdot 10(1 - 0{,}25)\frac{\pi \cdot 1{,}2^2}{4} = 7630\,\text{Н}.$$

Сила давления нефти на крышку B

$$P_B = \rho g h_{CB} \omega_B = \rho g (b + \Delta h)\frac{\pi D^2}{4} =$$

$$= 1000 \cdot 0{,}9 \cdot 10(1 + 0{,}25)\frac{\pi \cdot 1{,}2^2}{4} = 12717\,\text{Н}.$$

Задача 6.2. Цистерна, заполненная нефтью (относительная плотность $\delta = 0{,}9$), движется на спуске с уклоном $i = 0{,}105$. Диаметр горловины $d = 0{,}7$ м, а высота горловины над поверхностью нефти в неподвижной

цистерне на горизонтальной плоскости (рис. 6.11) $\Delta b = 0{,}2$ м. Определить ускорение, при котором нефть поднимется до передней кромки горловины.

Решение. Уклон спуска $i = \mathrm{tg}\alpha$. Тогда угол наклона плоскости движения к горизонту $\alpha = 6^{\circ}$. Выражение (6.3) для условий данной задачи принимает вид (рис. 6.12)

$$\frac{2\Delta h\cos\alpha}{d} = -\frac{a}{g}.$$

На рис. 6.12 обозначено: 1 – свободная поверхность нефти при движении цистерны с замедлением; 2 – горизонтальная плоскость; 3 – плоскость движения цистерны.

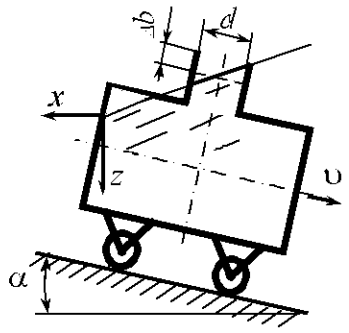


Рис. 6.11

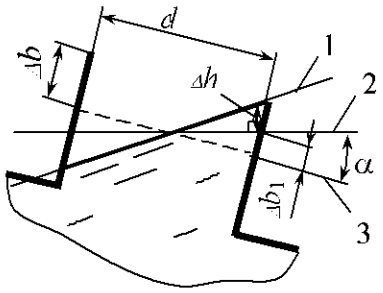


Рис. 6.12

Определяем Δh:

$$\Delta h = \left(\Delta b - \Delta b_1\right)\cos\alpha \text{ или } \Delta h = \left(\Delta b - \frac{d}{2}\mathrm{tg}\alpha\right)\cos\alpha.$$

Тогда ускорение, с которым движется цистерна,

$$a = -\frac{2\left(\Delta b - \frac{d}{2}\mathrm{tg}\alpha\right)\cos^2\alpha}{d}g = -\frac{2\left(0{,}2 - \frac{0{,}7}{2}\mathrm{tg}6^{\circ}\right)\cos^2 6^{\circ}}{0{,}7}9{,}81 = -4{,}52\ \text{м/с}^2.$$

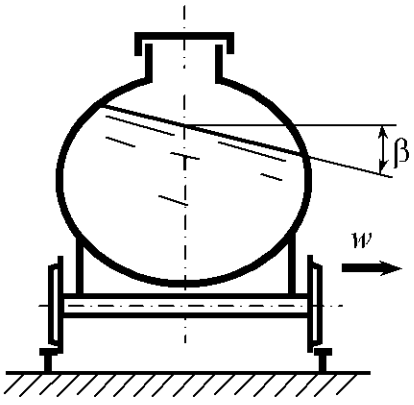


Рис. 6.13

Нефть поднимется до передней кромки горловины при торможении цистерны с ускорением $a = -4{,}52$ м/с^2.

Задача 6.3. Цистерна, заполненная дизельным топливом, движется со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч по горизонтальному закруглению радиусом $R = 300$ м. Определить угол наклона свободной поверхности дизельного топлива (рис. 6.13).

Решение. Используя формулу (6.15), определим центробежное ускорение. Значения величин в формулу подставляем в основных единицах системы СИ:

$$w = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{300} = 0{,}333 \text{ м/с}^2.$$

Из выражения (6.17) определим угол наклона свободной поверхности дизельного топлива:

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(-\frac{w}{g}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{0{,}333}{9{,}81}\right) = -2^\circ.$$

Знак «минус» указывает на то, что уровень нефти понижается у боковой поверхности цистерны со стороны центра закругления.

Задача 6.4. Цилиндрический сосуд диаметром $D_1 = 300$ мм и высотой $L = 250$ мм, имеющий в верхней крышке центральное отверстие диаметром $D_2 = 200$ мм, заполнен нефтью плотностью $\rho = 900$ кг/м^3 до высоты $B = 180$ мм (рис. 6.14). Определить угловую скорость сосуда, при которой жидкость начнет выливаться из него, и силу давления на верхнюю крышку при этой угловой скорости.

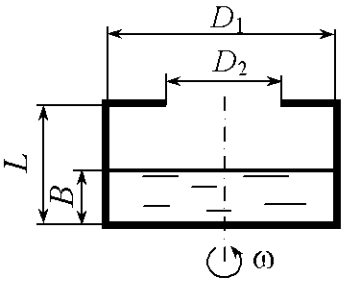


Рис. 6.14

Решение. Жидкость начнет выливаться из сосуда, когда ее свободная поверхность по мере увеличения угловой скорости достигнет кромки отверстия в верхней крышке. При этом вершина параболоида свободной поверхности в зависимости от объема жидкости в сосуде может расположиться ниже или выше дна сосуда.

Прежде всего найдем, какому объему нефти в сосуде соответствует параболоид 1, вершина которого касается дна (рис. 6.15):

$$V = \frac{\pi D_1^2}{4} L - \frac{1}{2}\frac{\pi D_2^2}{4} L = \frac{\pi}{4} L\left(D_1^2 - \frac{D_2^2}{2}\right) =$$

$$= \frac{3{,}14}{4} 0{,}25\left(0{,}3^2 - \frac{0{,}2^2}{2}\right) = 1{,}374 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Определим объем нефти в сосуде

$$V_н = \frac{\pi D_1^2}{4} B = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} 0{,}18 =$$

$$= 1{,}272 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

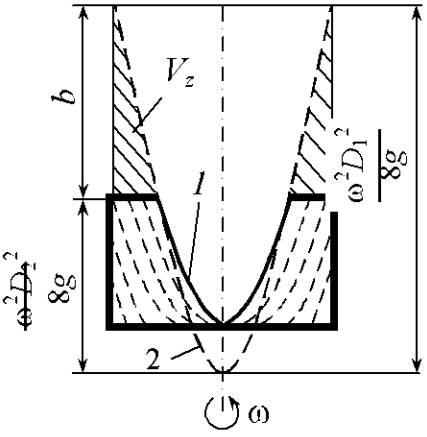


Рис. 6.15

Так как $V_н < V$, то имеем случай, когда вершина параболоида 2 располагается ниже дна сосуда. Используя формулу (6.24), запишем условие неизменности объема нефти в сосуде:

$$V_н = \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)L + \frac{\pi g}{\omega^2}L^2.$$

Откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi g L^2}{V_н - \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)L}} = \sqrt{\frac{3{,}14 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25^2}{1{,}272 \cdot 10^{-2} - \frac{3{,}14}{4}\left(0{,}3^2 - 0{,}2^2\right)0{,}25}} = 25{,}4\ \text{с}^{-1}.$$

Сила давления жидкости на крышку определяется по формуле (6.25):

$$P = \rho g V_z = \rho g \frac{\pi g}{\omega^2} b^2 = \rho g \frac{\pi g}{\omega^2}\left(\frac{\omega^2 D_1^2}{8g} - \frac{\omega^2 D_2^2}{8g}\right)^2 = \frac{\rho \pi \omega^2}{64}\left(D_1^2 - D_2^2\right)^2 =$$

$$= \frac{900 \cdot 3{,}14 \cdot 25{,}4^2}{64}\left(0{,}3^2 - 0{,}2^2\right)^2 = 71{,}2\ \text{Н}.$$

Задачи для самостоятельного решения

6.1. Сосуд длиной $L = 1$ м, шириной $b = 0{,}5$ м и высотой $H = 0{,}7$ м заполнен водой до высоты $h = 0{,}5$ м. Определить ускорение сосуда при движении его по горизонтальной плоскости, при котором из сосуда выльется половина воды (рис. 6.16).

6.2. Для измерения ускорения горизонтально движущегося тела может быть использована закрепленная на нем U-образная трубка малого диаметра, наполненная жидкостью (рис. 6.17). С каким ускорением a движется тело, если при движении установилась разность уровней жидкости в ветвях трубки $h = 10$ см при расстоянии между ними $l = 20$ см?

6.3. Призматический сосуд шириной $b = 1$ м, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением $a = 0{,}2g$, разделен плоской перегородкой на два отсека, заполненных водой до высот $h_1 = 1$ м и $h_2 = 1{,}75$ м (рис. 6.18). Определить суммарную силу давления P воды на перегородку, если $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м.

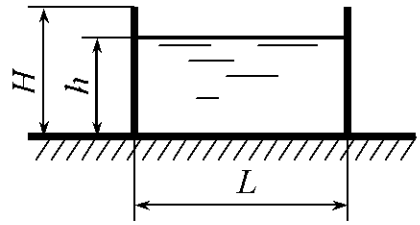


Рис. 6.16

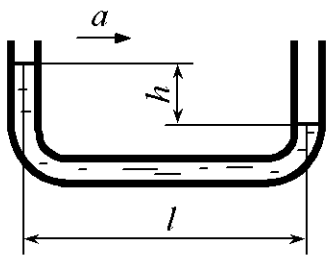


Рис. 6.17

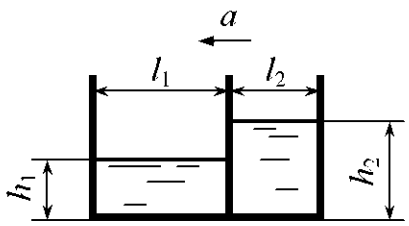


Рис. 6.18

6.4. Закрытый призматический сосуд длиной $L = 2$ м, высотой $H = 1$ м, шириной $b = 1$ м, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением $a = 6$ м/с^2, заполнен водой до высоты $h = 0{,}5$ м. Определить силы давления на торцовые стенки A и B, если давление на свободной поверхности жидкости в сосуде $p_{0и} = 0{,}2 \cdot 10^5$ Па (рис. 6.19).

6.5. Автомобиль движется горизонтально с постоянным ускорением $a = 4{,}0$ м/с^2. Определить минимальный объем топлива в баке, обеспечивающий его подачу без подсоса воздуха, если длина бака $L = 0{,}5$ м, ширина $b = 0{,}4$ м, высота $H = 0{,}2$ м, расстояние $h = 10$ мм (рис. 6.20). Считать, что бензопровод установлен в центре горизонтальной проекции бака, его диаметр мал по сравнению с длиной бака.

6.6. Определить силу давления воды на дно ведра, поднимаемого с ускорением $a = 1$ м/с^2, если диаметр ведра $d = 0{,}2$ м, вода налита до высоты $h = 0{,}4$ м (рис. 6.21).

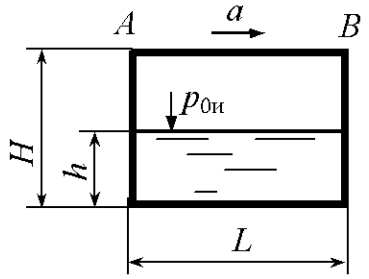


Рис. 6.19

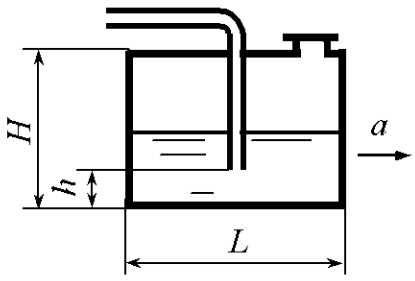


Рис. 6.20

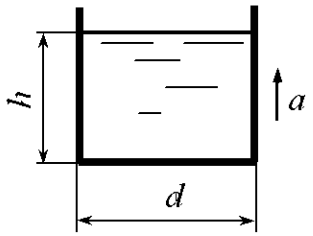


Рис.6.21

6.7. Цистерна диаметром $D = 2{,}4$ м и длиной $L = 5{,}0$ м, наполненная нефтью (относительная плотность $\delta = 0{,}9$) до высоты $b = 2$ м, движется горизонтально с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2 (рис. 6.22). Определить силы давления на сферические крышки A и B цистерны, если объем (на рис. 6.22 заштрихован) $V = 0{,}5$ м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

6.8. Определить расположение центра тяжести C бетонного раствора (h_C и l_C), залитого в закрытый кузов автомобиля, при его тормозном ускорении $a = g$ (рис. 6.23). Считать, что кузов имеет форму параллелепипеда: $L = 2{,}88$ м, $H = 1{,}2$ м, $h = 1{,}0$ м.

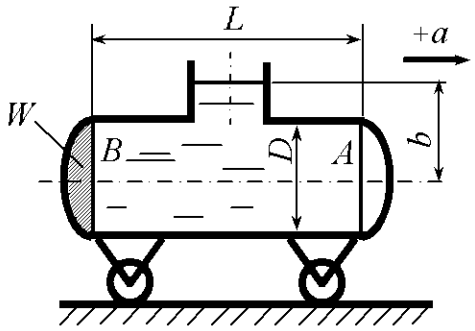


Рис. 6.22

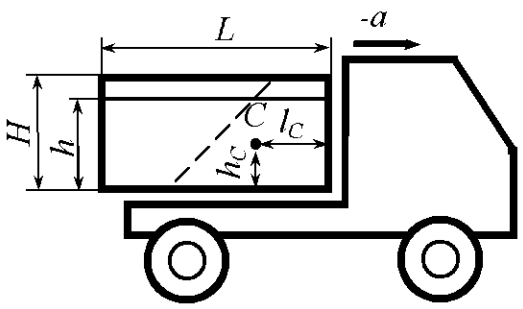


Рис. 6.23

6.9. По наклонной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту под действием силы тяжести скользит с постоянным ускорением $a = 5{,}0$ м/с^2 призматический сосуд, целиком заполненный водой (рис. 6.24). Сосуд закрыт крышкой с малым отверстием, расположенным на расстоянии $l = 0{,}5$ м от передней стенки. Найти силу давления на крышку 1, стенки 2 и 3, дно 4, считая, что жидкость из сосуда не выливается, а размер $b = 1$ м.

6.10. Цилиндрический сосуд, заполненный до высоты $h = 0{,}1$ м жидкостью плотностью $\rho = 900$ кг/м^3, движется с ускорением $a = g$ (рис. 6.25). Определить силы, действующие на крышки A и B, если $L = 1$ м, $D = 0{,}5$ м. Избыточное давление в горловине считать равным нулю, а расстояние $l = 0{,}1$ м.

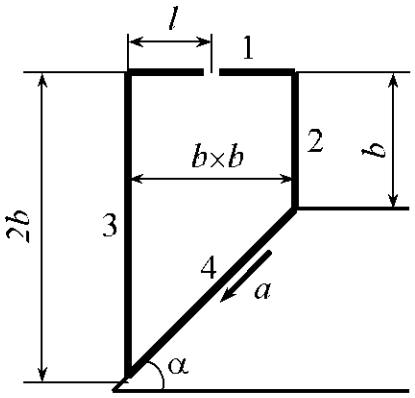


Рис. 6.24

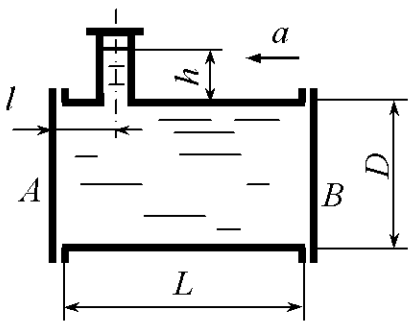


Рис. 6.25

6.11. В кузов автомобиля-самосвала до уровня $h = 0{,}48$ м налит цементный раствор (рис. 6.26). Определить наименьший допустимый путь торможения самосвала от скорости $\upsilon = 36$ км/ч до остановки из условия, что раствор не выплескивается из кузова. Считать кузов самосвала прямоугольным с размерами $l = 3{,}0$ м, $H = 0{,}96$ м, а движение равнозамедленным.

6.12. Определить расположение центра тяжести C бетонного раствора (h_C и l_C), залитого в закрытый кузов автомобиля, при его движении со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч по горизонтальному закруглению радиусом $R = 25$ м (рис. 6.27). Считать, что кузов имеет форму параллелепипеда: $b = 1{,}8$ м, $H = 1{,}2$ м и $h = 1{,}0$ м.

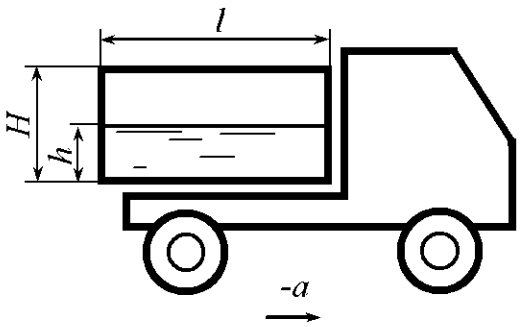


Рис. 6.26

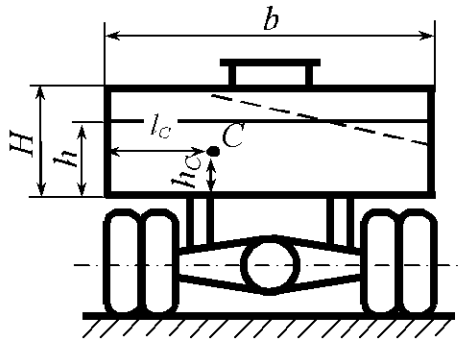


Рис. 6.27

6.13. В сосуд высотой $H = 0{,}3$ м залита жидкость до уровня $h = 0{,}2$ м. Определить, до какой угловой скорости можно раскрутить сосуд, с тем, чтобы жидкость не вышлеснулась из него, если диаметр $D = 100$ мм (рис. 6.28).

6.14. Определить минимальную частоту вращения n, которую нужно сообщить сосуду, изображенному на рис. 6.29, вокруг вертикальной оси для полного его опорожнения. Размеры: $D = 240$ мм, $d = 120$ мм, $H = 50$ мм.

Указание. В сосуде не останется жидкости, когда свободная поверхность жидкости коснется стенки сосуда у его дна, и вектор суммарной массовой силы, действующей на последнюю частицу жидкости в этой точке, будет нормальным к стенке.

6.15. Определить, какой объем воды останется в открытом сосуде при вращении его с угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$, если диаметр сосуда $d = 0{,}60$ м, а высота $H = 0{,}40$ м (рис. 6.30).

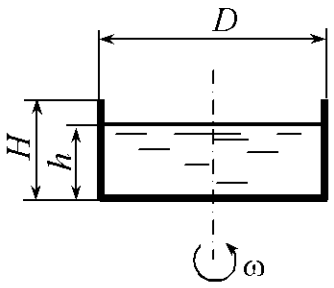


Рис. 6.28

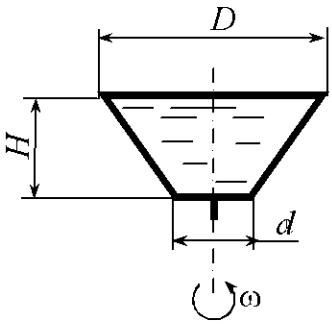


Рис. 6.29

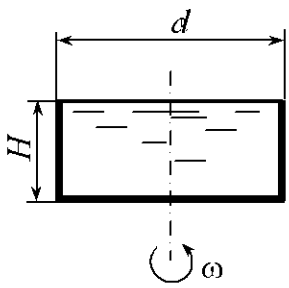


Рис. 6.30

6.16. Определить диаметр d сосуда, наполненного водой и вращающегося с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$, чтобы разность уровней у стенки и в низшей точке свободной поверхности не превышала $\Delta h = 0{,}86$ м (рис. 6.31).

6.17. Сосуд диаметром $d = 0{,}60$ м и высотой $H = 1{,}5$ м, наполненный водой до высоты $h = 1{,}0$ м, вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$. Определить максимальное избыточное давление на дно сосуда (рис. 6.32).

6.18. Сосуд, вращающийся относительно вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 25$ с$^{-1}$, состоит из двух цилиндров с одинаковой высотой $a = 200$ мм и диаметрами $d = 150$ мм и $D = 300$ мм (рис. 6.33). Нижний цилиндр целиком заполнен жидкостью. Определить разность уровней у стенки и в низшей точке свободной поверхности.

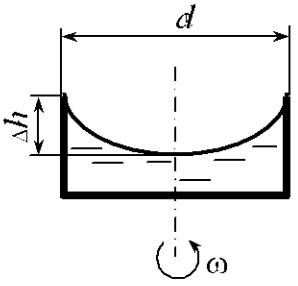


Рис. 6.31

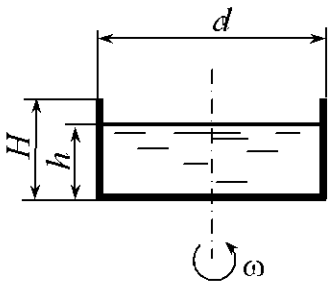


Рис. 6.32

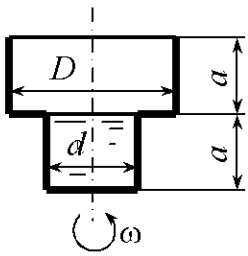


Рис. 6.33

6.19. Сосуд, имеющий размеры $D = 0{,}3$ м, $d = 0{,}2$ м, $b = 0{,}25$ м и наполненный водой до высоты $a + b = 0{,}42$ м, вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 450$ об/мин. Определить гидравлические нагрузки болтовых групп A и B, если сосуд сверху закрыт поршнем, масса которого $m = 50$ кг (рис. 6.34). Трением между поршнем и стенками цилиндра пренебречь.

6.20. Ротор центрифуги, включенной в систему смазки двигателя внутреннего сгорания для очистки масла, представляет собой полый цилиндр, заполненный маслом ($\rho = 900$ кг/м^3) и вращающийся с частотой $n = 8000$ об/мин (рис. 6.35). Определить давление масла на внутренней боковой поверхности ротора и силу давления на крышку ротора, если диаметры $D = 120$ мм, $d = 30$ мм. Масло подводится к центрифуге под давлением $p_{0и} = 0{,}5$ МПа.

6.21. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 90$ мм вращается на вертикальном валу диаметром $d = 20$ мм (рис. 6.36). Определить минимальную угловую скорость ω, при которой жидкость не соприкасается с валом, если первоначально сосуд был заполнен до уровня $h = 0{,}06$ м. Считать, что жидкость не поднимается до крышки сосуда.

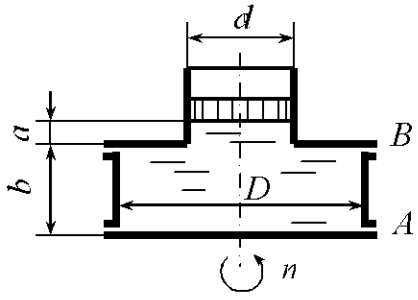


Рис. 6.34

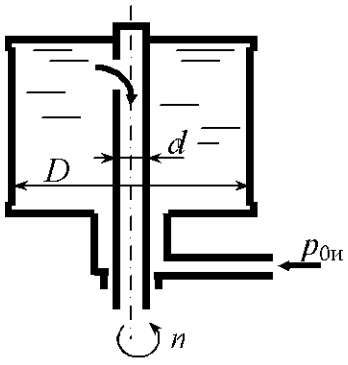


Рис. 6.35

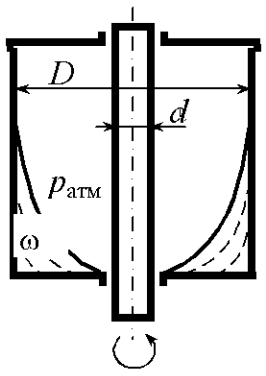


Рис. 6.36

6.22. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 180$ мм и высотой $H = 0{,}6$ м вращается относительно вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 200$ с$^{-1}$. Определить разность радиусов $r_2 - r_1$ свободной поверхности параболоида вращения у верхней крышки и нижнего основания, если в начальный момент сосуд был заполнен на 25 % своего объема (рис. 6.37).

6.23. Цилиндрический закрытый сосуд вращается относительно вертикальной оси. Сосуд диаметром $D = 200$ мм и высотой $H = 1000$ мм заполнен жидкостью до $H_0 = 600$ мм. Определить угловую скорость, при которой расстояние от дна до вершины параболоида $h = 100$ мм (рис. 6.38).

6.24. В форме, вращающейся вокруг горизонтальной оси, производится отливка чугунных труб внутренним диаметром $d = 180$ мм и толщиной стенки $\delta = 20$ мм. Определить избыточное давление на внутренней

поверхности формы при плотности чугуна $\rho = 7000$ кг/м^3 и частоте вращения формы $n = 1000$ об/мин (рис. 6.39).

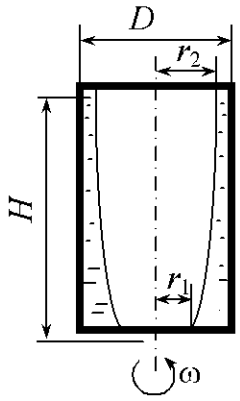


Рис. 6.37

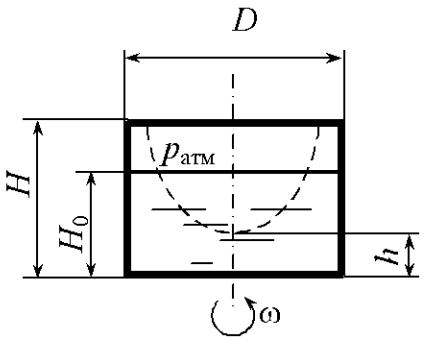


Рис. 6.38

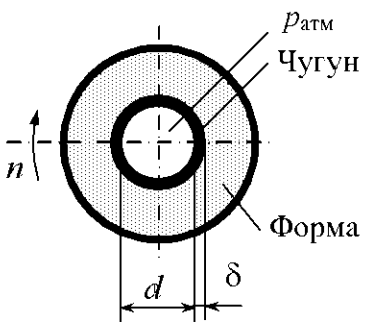


Рис. 6.39

6.25. Внутри тормозного барабана с внутренним диаметром $D = 380$ мм и шириной $b = 210$ мм, вращающегося с частотой вращения $n = 1000$ об/мин, находится охлаждающая вода в объеме $V = 6$ л (рис. 6.40). Определить избыточное давление, оказываемое водой на внутреннюю поверхность барабана, если угловая скорость вращения воды равна угловой скорости вращения барабана.

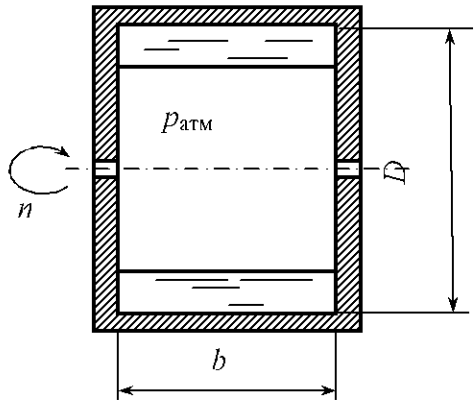


Рис. 6.40

6.26. Цистерна, заполненная нефтью, движется на спуске с уклоном $i = 0{,}2$. Определить ускорение, при котором давление на торцовые поверхности будет одинаковым (рис. 6.11).

6.27. Призматический сосуд, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением, разделен плоской перегородкой на два отсека, заполненных одинаковой жидкостью до высот $h_1 = 1{,}0$ м и $h_2 = 1{,}5$ м. Определить ускорение, при котором суммарная сила давления воды на перегородку равна нулю (рис. 6.18).

6.28. Закрытый призматический сосуд длиной $L = 2$ м, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением $a = 6$ м/с^2, заполнен водой до высоты $h = 0{,}5$ м. Построить эпюру давления на дно сосуда, если высота сосуда $H = 1{,}0$ м, а избыточное давление внутри сосуда $p_{0и} = 0{,}2 \cdot 10^5$ Па (рис. 6.19).

6.29. В бензобаке автомобиля, имеющего размеры: длина $L = 0{,}5$ м, ширина $b = 0{,}4$ м, высота $H = 0{,}2$ м, расстояние $h = 10$ мм (рис. 6.20), осталось 7 л бензина. Определить, с каким ускорением при движении автомобиля в горизонтальной плоскости возникнут перебои в подаче топлива. Считать, что бензопровод установлен в центре горизонтальной проекции бака, а его диаметр мал по сравнению с длиной бака.

6.30. Определить ускорение, при котором сила давления воды на дно поднимаемого ведра будет равна $P = 160$ Н, если диаметр ведра $d = 0{,}2$ м, а вода налита до высоты $h = 0{,}4$ м. При каком поступательном движении сила давления воды на дно будет равна нулю (рис. 6.21)?

6.31. Цистерна диаметром $D = 2{,}4$ м и длиной $L = 5{,}0$ м, наполненная нефтью до высоты $b = 1{,}8$ м, движется горизонтально с ускорением. Определить, при движении с каким ускорением и где в цистерне возникнет вакуумметрическое давление (рис. 6.22).

6.32. В закрытый кузов автомобиля залит бетонный раствор. Построить эпюру давления на дно кузова при торможении автомобиля с ускорением $a = 0{,}5g$, если $H = 1{,}2$ м, $L = 3{,}0$ м, $h = 1{,}0$ м (рис. 6.23).

6.33. В форму для центробежной отливки подшипниковых втулок залита расплавленная бронза ($\rho = 8000$ кг/м^3). Определить силу, действующую на крышку, если форма вращается с частотой $n = 1000$ об/мин, $D = 150$ мм, $d = 100$ мм (рис. 6.41).

6.34. В форму для отливки колеса залит расплавленный чугун ($\rho = 7000$ кг/м^3). Определить, на сколько увеличится давление чугуна в точке A при вращении формы с частотой $n = 500$ об/мин, если диаметр колеса $D = 1000$ мм (рис. 6.42).

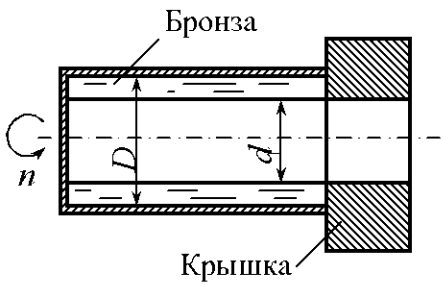


Рис. 6.41

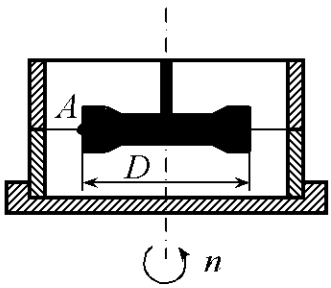


Рис. 6.42

6.35. Самосвал, имеющий открытый кузов в форме параллелепипеда, движется по закруглению дороги радиусом $R = 100$ м со скоростью 60 км/ч. Проверить, будет ли выливаться раствор из кузова, если размеры кузова: длина $L = 3$ м, высота $H = 0{,}8$ м, ширина $B = 1{,}8$ м. Объем раствора $V = 3{,}0$ м^3. Дорога выполнена с виражом, поперечный уклон которого $i = 0{,}05$ (рис. 6.43).

6.36. На повороте радиусом $R = 50$ м дорога выполнена с поперечным уклоном $i = 0{,}05$. Определить скорость движения самосвала, при которой давление раствора на дно кузова будет постоянным (рис. 6.43).

6.37. Отливка чугунных полых цилиндров длиной $H = 250$ мм и внутренним диаметром $d = 300$ мм производится во вращающейся форме при частоте вращения $n = 200$ об/мин. Определить, на сколько диаметр цилиндра в нижнем конце d_1 будет больше диаметра в верхнем конце d (рис. 6.44).

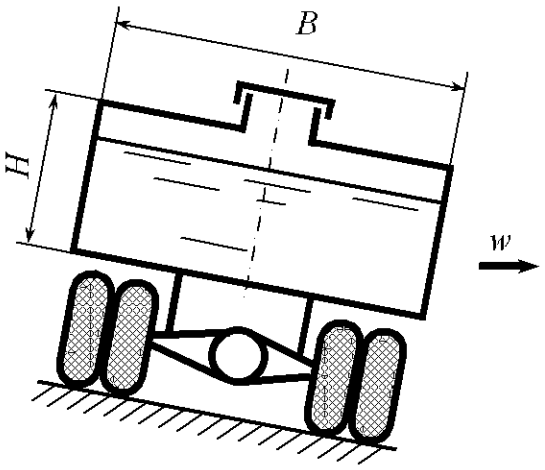


Рис. 6.43

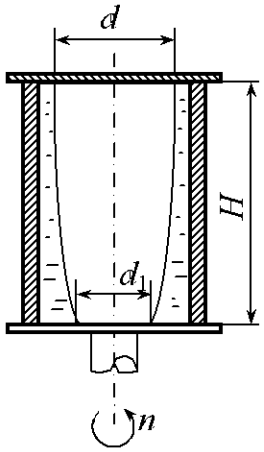


Рис. 6.44

6.38. При движении воды в реке на закруглении радиусом $R = 100$ м на внешнем берегу, по сравнению с противоположным берегом, наблюдается повышение уровня воды на величину $h = 10$ мм. Ширина реки $b = 10$ м. Определить среднюю скорость течения воды в реке.

6.39. В литейную форму, вращающуюся относительно горизонтальной оси, залита расплавленная бронза. Определить минимальную частоту вращения формы, при которой разностенность, вызванная влиянием сил тяжести, была бы не более 1 мм. Каково будет соотношение сил инерции и

тяжести при среднем радиусе внутренней поверхности отливаемой втулки 100 мм (рис. 6.41)?

6.40. Ведро вращается вокруг точки O в вертикальной плоскости. Расстояние от точки O до поверхности воды в ведре равно R (рис. 6.45). Определить минимальное число оборотов n, при котором вода не будет выливаться из ведра, и давление p на дно ведра в крайнем верхнем и в крайнем нижнем положениях. Расстояние от поверхности воды до дна равно h.

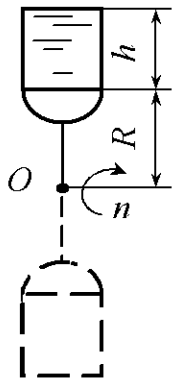


Рис. 6.45

6.41. Цилиндрический сосуд высотой $H = 0{,}8$ м и диаметром $D = 0{,}4$ м вращается вокруг собственной вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 16$ с$^{-1}$. Определить объем воды в сосуде при условии, что вода поднимается до края сосуда.

6.42. Закрытый цилиндрический сосуд высотой $H = 0{,}75$ м и диаметром $D = 0{,}35$ м наполнен водой под давлением $p_{0и} = 0{,}3 \cdot 10^5$ Па. Определить силу, разрывающую его боковую поверхность по образующей, при вращении сосуда вокруг собственной вертикальной оси с $n = 300$ об/мин.

6.43. Танкер движется прямолинейно с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2 (рис. 6.46). Определить силу давления на среднюю поперечную переборку, если высота и ширина переборки соответственно $H = 6$ м, $B = 4$ м, расстояние между переборками $L = 10$ м, высота налива топлива при равномерном прямолинейном движении $h = 0{,}8H$, плотность топлива $\rho = 800$ кг/м^3.

6.44. Танкер описывает циркуляцию радиусом $R = 200$ м со скоростью 20 км/ч. Определить силу давления топлива на центральную продольную переборку, если высота переборки $H = 6$ м, длина переборки $L = 10$ м, расстояние между переборками $B = 4$ м (рис. 6.47). Высота налива топлива при прямолинейном равномерном движении $h = 0{,}8H$, плотность топлива $\rho = 900$ кг/м^3. Крен судна не учитывать.

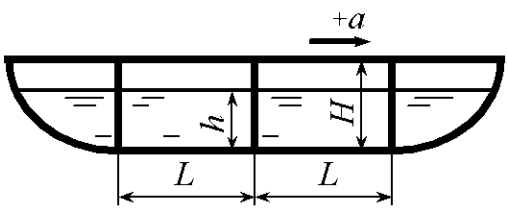


Рис. 6.46

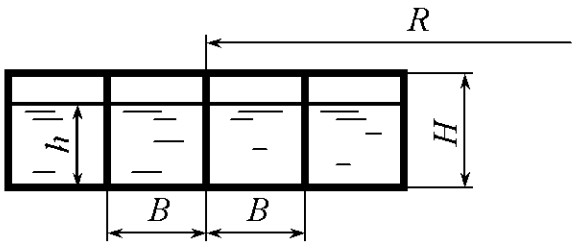


Рис. 6.47

6.45. Замкнутый цилиндрический сосуд длиной $L = 2$ м, радиусом $R = 0{,}5$ м используется как форма для отливки центробежным способом чугунных труб со средней толщиной стенок $\delta = 10$ мм. Какой должна быть угловая скорость вращения цилиндра с вертикальной осью, если допустимое отклонение толщины стенок от среднего значения составляет $\Delta\delta = \pm 1$ мм? Плотность чугуна $\rho = 7000$ кг/м^3.

6.46. При развороте скутера (малогабаритное быстроходное судно) по радиусу $R = 50$ м угол крена достигает $\alpha = 25^\circ$ (рис. 6.48). Определить скорость движения скутера, если поверхность топлива ($\rho = 800$ кг/м^3) в баке останется неизменной по отношению к баку.

6.47. Форма для отливки чугунных труб со средней толщиной стенки $\delta = 10$ мм, представляющая собой цилиндрический сосуд высотой $H = 2$ м и радиусом внутренней поверхности $R = 0{,}5$ м, вращается с угловой скоростью $\omega = 142$ с$^{-1}$ относительно своей вертикальной оси. Определить силу, разрывающую боковую поверхность формы по образующей, если плотность чугуна $\rho = 7000$ кг/м^3, а допустимое отклонение толщины стенки от среднего значения составляет $\Delta\delta = 1$ мм.

6.48. Цилиндрический сосуд радиусом $R = 100$ мм, заполненный водой на $3/4$ своего объема, вращается равномерно с частотой $n = 10000$ об/мин относительно своей оси (рис. 6.49). Определить силу давления воды на торцовую поверхность сосуда.

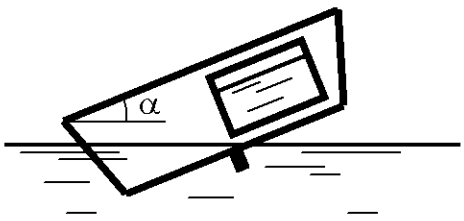


Рис. 6.48

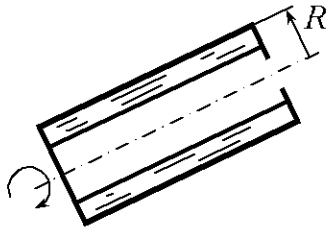


Рис. 6.49

6.49. Цилиндрическая форма для центробежной отливки чугунных труб длиной $L = 2$ м и радиусом $R = 0{,}5$ м вращается с угловой скоростью $\omega = 99$ с$^{-1}$ относительно своей горизонтальной оси. Определить силу, разрывающую боковую поверхность формы по образующей. Плотность чугуна $\rho = 7000$ кг/м^3.

6.50. Определить силу давления на верхнюю половину шара радиусом $R = 0{,}6$ м, заполненного водой, при $h = 1{,}2$ м в следующих случаях: 1) шар вращается с угловой скоростью $\omega = 12$ с$^{-1}$; 2) шар свободно падает, вращаясь с угловой скоростью $\omega = 12$ с$^{-1}$ относительно своей вертикальной оси (рис. 6.50).

6.51. Цилиндрическая форма длиной $L = 2$ м и радиусом $R = 0{,}5$ м для центробежной отливки чугунных труб ($\rho = 8000$ кг/м^3) со средней толщиной стенки $\delta = 10$ мм вращается относительно своей горизонтальной оси. Какой должна быть угловая скорость вращения формы, если допустимое отклонение толщины стенки от среднего значения составляет $\Delta\delta = \pm 1$ мм. Плотность чугуна $\rho = 7000$ кг/м^3.

6.52. Цистерна, заполненная нефтью, движется со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч по закруглению радиусом $R = 300$ м (рис. 6.51). Определить превышение верха наружного рельса над внутренним, при котором поверхность нефти в цистерне будет параллельна плоскости железнодорожных путей.

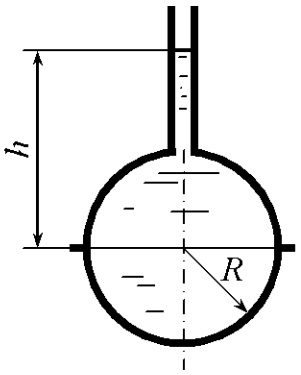


Рис. 6.50

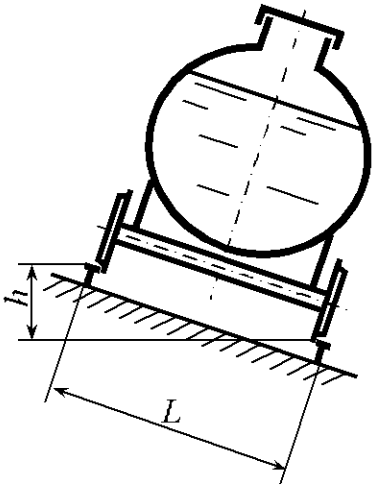


Рис. 6.51

6.53. Цилиндрический сосуд диаметром $D_1 = 300$ мм и высотой $L = 250$ мм, имеющий в верхней крышке центральное отверстие диаметром $D_2 = 200$ мм, заполнен маслом плотностью $\rho = 850$ кг/м^3 до высоты $B = 200$ мм и вращается с угловой скоростью $\omega = 20$ с$^{-1}$ (рис. 6.14). Определить силу, разрывающую боковую поверхность сосуда по образующей.

6.54. Самолет выполняет разворот в горизонтальной плоскости, наклоняя плоскости крыльев под углом 45° к горизонту. Определить радиус поворота самолета, если поверхность бензина в баке была параллельна плоскости крыльев, а скорость движения самолета $\upsilon = 250$ км/ч.

6.55. Открытый цилиндрический сосуд размерами $D = 400$ мм и $H = 600$ мм вращается относительно своей вертикальной оси. Определить силу, разрывающую боковую поверхность сосуда по образующей, при условии, что масло поднялось до верха сосуда (рис. 6.52), а высота слоя воды и масла одинакова и равна $h = 200$ мм.

6.56. Закрытый заполненный водой сосуд диаметром $D = 300$ мм и высотой $H = 400$ мм сообщается с атмосферой через малое отверстие, расположенное по оси сосуда в верхнем торце (рис. 6.53). Определить силу, действующую на верхнюю торцовую поверхность сосуда, и силу, разрывающую боковую поверхность по образующей, если угловая скорость вращения его относительно своей вертикальной оси $\omega = 20$ с$^{-1}$.

6.57. Цилиндрический сосуд (рис. 6.54) диаметром $D = 200$ мм и высотой $H = 300$ мм движется вниз с ускорением $a = 0{,}5g$. Определить силы давления жидкости на торцовые поверхности, если $h = 100$ мм, жидкость – вода. Площадью отверстия в верхней торцовой поверхности пренебречь.

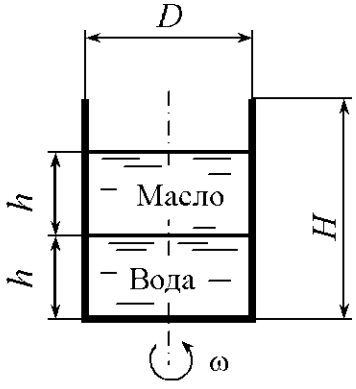


Рис. 6.52

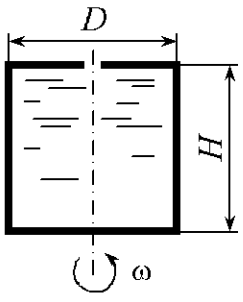


Рис. 6.53

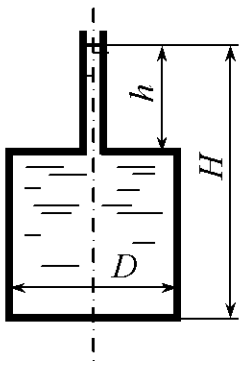
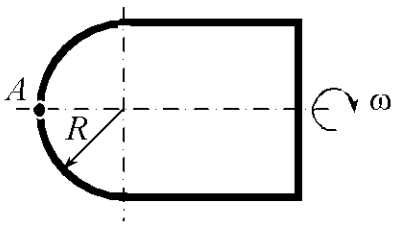


Рис. 6.54

6.58. Определить силу давления воды на полусферическую крышку цилиндрического сосуда радиусом $R = 0{,}2$ м, если сосуд вращается относительно своей горизонтальной оси с угловой скоростью $\omega = 100$ с$^{-1}$, а избыточное давление в точке A равно $p_{и} = 50$ кПа (рис. 6.55).

6.59. При вращении открытого сосуда (рис. 6.56) с размерами $D = 200$ мм, $H = 300$ мм, $d = 100$ мм относительно своей вертикальной оси параболоид свободной поверхности касается дна. Определить силу, отрывающую боковую поверхность сосуда от торцовой. Жидкость – вода.

6.60. Определить силу, отрывающую полусферическую поверхность от цилиндрического сосуда, если $R = 0{,}2$ м, а угловая скорость вращения сосуда относительно своей вертикальной оси $\omega = 100$ с$^{-1}$. Избыточное давление в точке A $p_{и} = 50$ кПа. Жидкость – вода (рис. 6.57).



Р

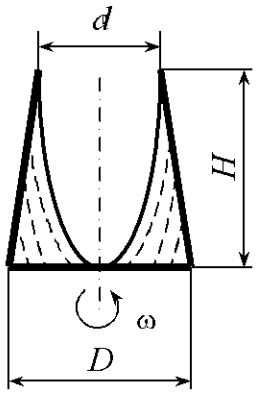


Рис. 6.56

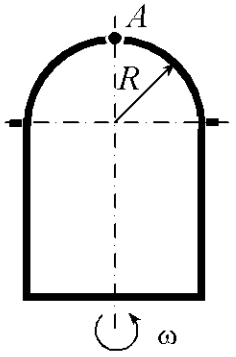


Рис. 6.57

7. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Общие сведения

Потоком жидкости называется движущаяся масса жидкости, ограниченная твердыми направляющими поверхностями, поверхностями раздела жидкостей и свободной поверхностью.

Все возможные виды движения жидкости подразделяют на две категории:

– безвихревое (потенциальное) – когда вращение элементарных частиц жидкости отсутствует;

– вихревое – когда присутствует вращение элементарных частиц жидкости и им пренебречь нельзя.

В зависимости от движения жидкости по времени различают:

– неустановившееся (нестационарное) движение – когда скорость u в выбранной точке пространства зависит от координат x, y, z и изменяется с течением времени t:

$$u = f(x, y, z, t); \tag{7.1}$$

– установившееся (стационарное) движение – когда скорость u не изменяется с течением времени и зависит только от координат выбранной точки

$$u = f(x, y, z). \tag{7.2}$$

В зависимости от геометрической формы линий тока и характера изменения поля скоростей различают потоки:

– с равномерным движением, характеризующимся параллельностью и прямолинейностью линий тока;

– с неравномерным движением, когда линии тока не являются параллельными прямыми, а площади живых сечений и средние скорости – переменные по длине потока.

Также потоки могут иметь:

а) плавно изменяющееся движение (угол расхождения между линиями тока или их кривизна малы, живые сечения принимаются плоскими);

б) резко изменяющееся движение (угол расхождения между линиями тока или их кривизна велики, живые сечения криволинейны).

В зависимости от характера границ потоки делятся на:

– напорные – со всех боковых сторон ограничены твердыми стенками;

– безнапорные – частично ограничены твердыми стенками и частично свободной поверхностью;

– гидравлические струи – ограничены только жидкостью или газовой средой, твердых границ не имеют.

Наряду с приведенными существуют и другие классификации потоков жидкости.

Траекторией называется линия, которую описывает частица жидкости при своем движении.

Линией тока называется кривая, в каждой точке которой в данный момент времени векторы скорости являются касательными к ней. В случае установившегося движения траектории и линии тока совпадают и неизменны во времени.

Трубкой тока называется совокупность линий тока, проведенных через каждую точку бесконечно малого контура.

Элементарной струйкой называется семейство (пучок) линий тока, проходящих через все точки бесконечно малой площадки $d\omega$, которая перпендикулярна направлению движения (рис. 7.1). Элементарной струйкой также называется жидкость, движущаяся в трубке тока.

Поток жидкости в соответствии со струйчатой моделью движения жидкости представляет совокупность элементарных струек.

Живым сечением потока называется поверхность, в каждой точке которой вектор скорости направлен по нормали.

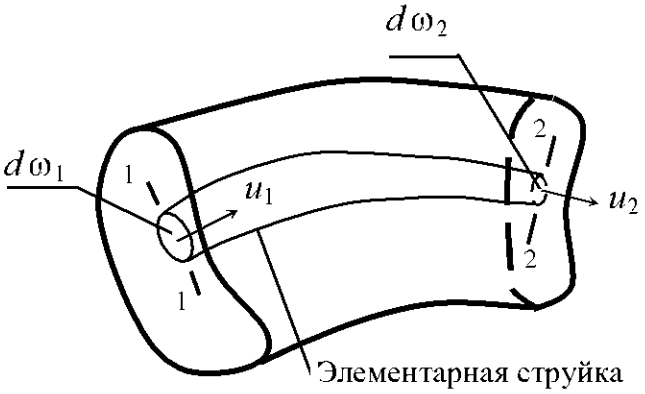


Рис. 7.1

Живое сечение потока жидкости характеризуют гидравлические элементы (рис. 7.2):

площадь живого сечения ω . При решении инженерных задач потоки, как правило, бывают слабо искривленными и живое сечение в этих случаях приближенно можно принять плоским;

смоченный периметр χ. Это длина линии, по которой жидкость в живом сечении соприкасается с твердыми поверхностями, ограничивающими поток;

гидравлический радиус R. Это отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R = \frac{\omega}{\chi}; \tag{7.3}$$

расход Q. Это объем жидкости V, проходящий через живое сечение потока в единицу времени:

$$Q = \frac{V}{t}; \tag{7.4}$$

средняя по живому сечению скорость υ. Это условная одинаковая во всех точках скорость, при которой расход потока будет такой же, как и при различных местных скоростях.

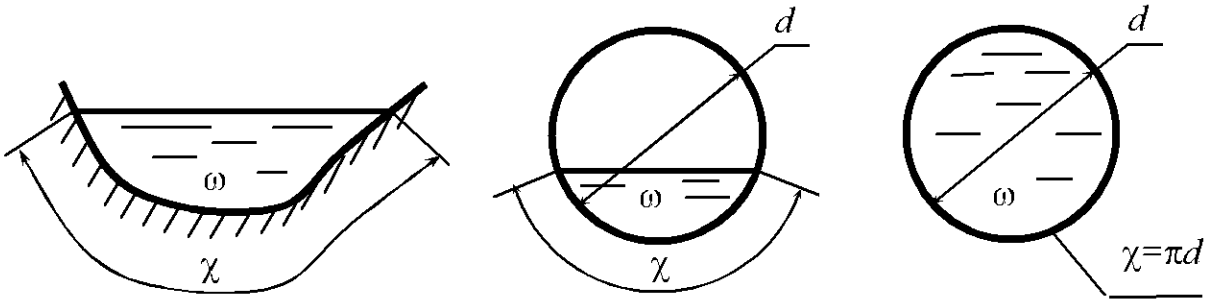


Рис. 7.2

Расход и средняя по живому сечению скорость связаны между собой зависимостью

$$Q = \upsilon\omega. \tag{7.5}$$

При установившемся движении форма элементарной струйки с течением времени не изменяется, отсутствует приток жидкости и ее отток через боковую поверхность трубки тока. Тогда элементарные расходы жидкости, проходящей через сечения 1–1 и 2–2 (рис. 7.1), одинаковы:

$$dQ = u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 = \text{const}, \tag{7.6}$$

где u_1, u_2 – скорости движения частиц жидкости соответственно в сечениях 1–1 и 2–2; $d\omega_1, d\omega_2$ – площади поперечного сечения элементарной струйки соответственно в сечениях 1–1 и 2–2.

Для установившегося движения потока жидкости (рис. 7.3), используя понятия средней скорости, имеем

$$Q = \upsilon_1 \omega_1 = \upsilon_2 \omega_2 = \text{const}, \qquad (7.7)$$

где υ_1, υ_2 – средние скорости течения жидкости соответственно в сечениях 1–1 и 2–2; ω_1, ω_2 – площади потока соответственно в сечениях 1–1 и 2–2.

Выражения (7.6) и (7.7) называют уравнениями постоянства расхода или уравнениями неразрывности соответственно для элементарной струйки и потока в целом.

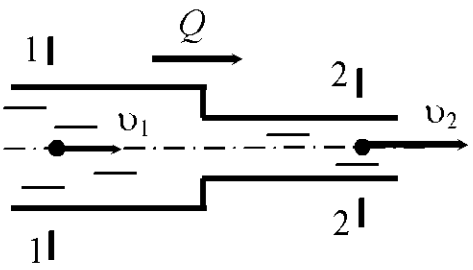


Рис. 7.3

О. Рейнольдсом было установлено, что существуют два режима движения жидкости: ламинарный и турбулентный. При ламинарном режиме движения скорость частиц жидкости невелика и она движется слоями, без поперечного перемещения частиц и перемешивания жидкости. При турбулентном режиме движения частицы жидкости перемешиваются между собой и движутся беспорядочно. Потери энергии, возникающие при движении жидкости, зависят от режима движения.

Скорость потока, при которой происходит смена режимов движения жидкости, называется критической. При переходе ламинарного режима движения в турбулентный она называется верхней критической скоростью $\upsilon_{\text{в.кр}}$, при переходе турбулентного режима движения в ламинарный – нижней критической скоростью $\upsilon_{\text{н.кр}}$. Верхняя критическая скорость больше нижней критической, колеблется в широком диапазоне и зависит от внешних условий (колебаний температуры, сотрясений трубопровода, гидравлических сопротивлений и т.д.). Нижняя критическая скорость остается практически неизменной.

Критерием для определения режима движения жидкости является безразмерное число Рейнольдса, которое для любого потока определяется через гидравлический радиус по формуле

$$\text{Re}_R = \frac{\upsilon R}{\nu}, \qquad (7.8)$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости; значения кинематического коэффициента вязкости некоторых смазочных масел в зависимости от температуры приведены в прил. 1.

Для напорных потоков в трубах круглого сечения число Рейнольдса выражают через внутренний диаметр трубопровода:

$$\text{Re}_d = \frac{\upsilon d}{\nu}. \qquad (7.9)$$

Смена режимов движения жидкости происходит при критическом значении числа Рейнольдса, которое при решении практических задач по гидравлическому радиусу принимают $\mathrm{Re}_{R\,\mathrm{кр}} = 580$, а по диаметру – $\mathrm{Re}_{d\,\mathrm{кр}} = 2320$. Если число Рейнольдса больше критического значения, то режим движения турбулентный, если меньше – ламинарный. Критическое значение числа Рейнольдса соответствует нижней критической скорости.

При ламинарном режиме движения напорного потока в цилиндрической трубе радиусом r_0 распределение местных скоростей подчиняется параболическому закону. Максимальная скорость $u_{\max}$ имеет место на оси трубопровода. Местная скорость в слое жидкости, находящемся на расстояние r от оси трубы,

$$u = u_{\max}\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right). \tag{7.10}$$

Средняя скорость $\upsilon = 0{,}5u_{\max}$.

Максимальная скорость

$$u_{\max} = \frac{\tau_0 r_0}{2\nu\rho}. \tag{7.11}$$

Касательные напряжения у стенки трубы

$$\tau_0 = \frac{8\nu\rho\upsilon}{D}. \tag{7.12}$$

Касательные напряжения по сечению трубы распределяются по зависимости

$$\tau = \frac{\tau_0}{r_0} r. \tag{7.13}$$

При турбулентном режиме движения напорного потока распределение осредненных скоростей $\bar{u}$ по сечению трубы может быть приближенно принято по зависимости

$$\bar{u} = u_*\left(5{,}75\lg\frac{y u_*}{\nu} + 5{,}5\right), \tag{7.14}$$

где y – расстояние от стенки трубы до рассматриваемой точки (при определении значения $\bar{u}$ у стенки трубы в формулу следует подставить достаточно малое конечное значение y); u_* – величина, имеющая размерность скорости, которая называется динамической скоростью и определяется по формуле

$$u_* = \frac{\upsilon\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}}; \tag{7.15}$$

λ – гидравлический коэффициент трения (подробнее см. разд. 9).

Зависимость между максимальной $\bar{u}_{\max}$ и средней υ в сечении скоростями движения имеет вид

$$\bar{u}_{\max} = \upsilon + 3{,}75u_* . \qquad (7.16)$$

Примеры решения задач

Задача 7.1. По трубе диаметром $d = 20$ см под напором движется минеральное масло с температурой $t = 30\ ^\circ\text{C}$ (рис. 7.4). Определить критическую скорость и расход, при котором происходит смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

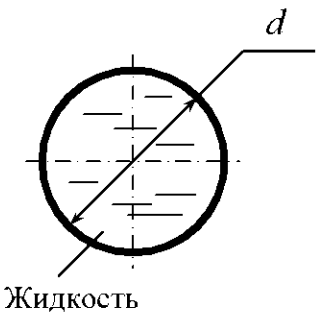


Рис. 7.4

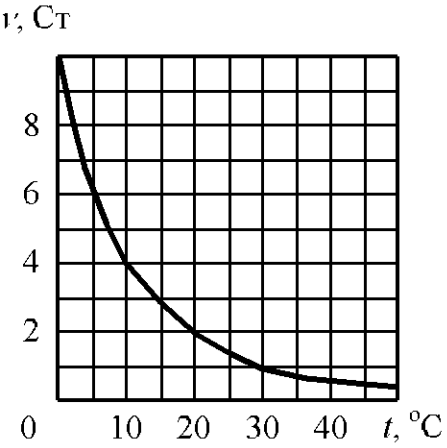


Рис. 7.5

Решение. Смена режимов произойдет при скорости, соответствующей критическому числу Рейнольдса. Для круглых напорных трубопроводов расчет выполняется по критическому числу Рейнольдса, приведенному к диаметру трубопровода,

$$\mathrm{Re}_{d\text{кр}} = \frac{\upsilon_{\text{кр}} d}{\nu},$$

отсюда

$$\upsilon_{\text{кр}} = \frac{\mathrm{Re}_{d\text{кр}} \nu}{d}.$$

По графику (рис. 7.5) при температуре $t = 30\ ^\circ\text{C}$ находим вязкость масла $\nu = 1$ Ст $= 10^{-4}$ м^2/с. Подставляя значения величин в основных единицах измерения системы СИ, получим

$$\upsilon_{кр} = \frac{2320 \cdot 10^{-4}}{0{,}2} = 1{,}16 \text{ м/с}.$$

Расход определяем по формуле (7.5).

Площадь живого сечения трубопровода

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Тогда

$$Q = \upsilon \frac{\pi d^2}{4} = 1{,}16 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2^2}{4} = 0{,}0364 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задача 7.2. Жидкость движется в лотке (рис. 7.6) со скоростью $\upsilon = 0{,}1$ м/с. Глубина наполнения лотка $h = 30$ см, ширина по верху $B = 50$ см, ширина по низу $b = 20$ см. Определить смоченный периметр, площадь живого сечения, гидравлический радиус, расход, режим движения жидкости, если динамический коэффициент вязкости $\mu = 0{,}0015$ Па · с, а плотность $\rho = 1200$ кг/м^3.

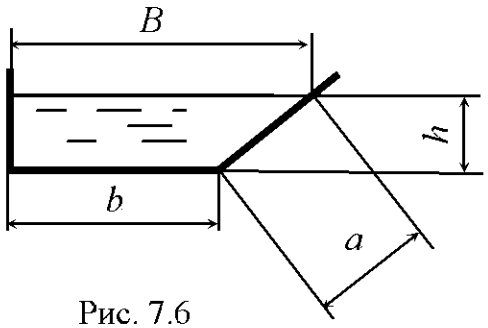


Рис. 7.6

Решение. Смоченный периметр

$$\chi = h + b + a = h + b + \sqrt{h^2 + (B - b)^2}.$$

Подставляя в формулу значения величин в основных единицах системы СИ, имеем

$$\chi = 0{,}3 + 0{,}2 + \sqrt{0{,}3^2 + (0{,}5 - 0{,}2)^2} = 0{,}924 \text{ м}.$$

Площадь живого сечения потока

$$\omega = \frac{B + b}{2} h = \frac{0{,}5 + 0{,}2}{2} 0{,}3 = 0{,}105 \text{ м}^2.$$

Гидравлический радиус определяем по формуле (7.3):

$$R = \frac{0{,}105}{0{,}924} = 0{,}114 \text{ м}.$$

Определяем расход жидкости по формуле (7.5):

$$Q = 0{,}1 \cdot 0{,}105 = 0{,}0105 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Режим движения жидкости для произвольного профиля определяется через гидравлический радиус по числу Рейнольдса по формуле (7.8).

Кинематический коэффициент вязкости жидкости связан с динамическим коэффициентом вязкости соотношением (1.18). Подставляя выражение (1.18) в (7.8), имеем

$$\mathrm{Re}_R = \frac{\upsilon R\rho}{\mu}.$$

После подстановки численных значений получим

$$\mathrm{Re}_R = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}114 \cdot 1200}{0{,}0015} = 9120.$$

Полученное число Рейнольдса больше критического по гидравлическому радиусу: 9120 > 580. Следовательно, режим движения турбулентный.

Задачи для самостоятельного решения

7.1. Вода движется в прямоугольном лотке с глубиной наполнения $h = 0{,}5$ м (рис. 7.7). Ширина лотка $b = 1{,}0$ м. Определить, при каком максимальном расходе Q сохранится ламинарный режим, если температура воды $t = 30\ ^\circ\mathrm{C}$.

7.2. Найти максимальный диаметр d напорного трубопровода, при котором нефть будет двигаться при турбулентном режиме (рис. 7.4), если кинематический коэффициент вязкости нефти $\nu = 0{,}30$ см^2/с, а расход в трубопроводе $Q = 8$ л/с.

7.3. По конической сходящейся трубе движется бензин. Определить, в сечении с каким диаметром произойдет смена режимов движения, если расход $Q = 0{,}2$ л/с, плотность $\rho = 750$ кг/м^3, динамический коэффициент вязкости $\mu = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ Па · с.

7.4. Вода движется в треугольном лотке с расходом $Q = 30$ л/с (рис. 7.8). Ширина потока $b = 0{,}7$ м, глубина наполнения лотка $h = 0{,}5$ м, температура воды $t = 15\ ^\circ\mathrm{C}$. Определить режим движения жидкости. Произойдет ли смена режимов движения, если температура воды повысится до $t = 50\ ^\circ\mathrm{C}$?

7.5. Нефть движется под напором в трубопроводе квадратного сечения. Определить критическую скорость, при которой будет происходить смена режимов движения жидкости, если сторона квадрата $a = 0{,}05$ м,

динамический коэффициент вязкости $\mu = 0{,}02$ Па · с, плотность нефти $\rho = 850$ кг/м^3.

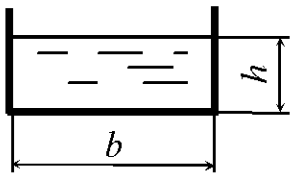


Рис. 7.7

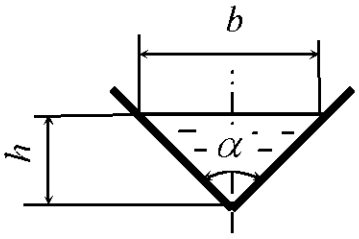


Рис. 7.8

7.6. Вода движется в прямоугольном лотке с расходом $Q = 1$ л/с (рис. 7.7). Ширина лотка $b = 0{,}5$ м, глубина наполнения $h = 0{,}6$ м, температура воды $t = 10$ °С. Определить режим движения жидкости. Произойдет ли смена режимов движения, если температура воды повысится до $t = 50$ °С?

7.7. Определить число Рейнольдса по гидравлическому радиусу Re_R при безнапорном движении нефти по трубопроводу (рис. 7.9). Трубопровод заполнен нефтью наполовину сечения. Диаметр трубопровода $d = 0{,}5$ м, расход $Q = 1{,}2$ м^3/мин, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 0{,}027$ Па · с, плотность $\rho = 900$ кг/м^3.

7.8. Вода движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая) с температурой $t = 20$ °С (рис. 7.10). Определить критическую скорость, при которой происходит смена режимов движения жидкости. Ширина потока по верху $B = 0{,}4$ м, ширина по дну $b = 0{,}1$ м, глубина наполнения $h = 0{,}15$ м.

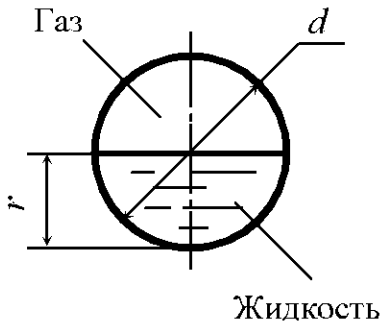


Рис. 7.9

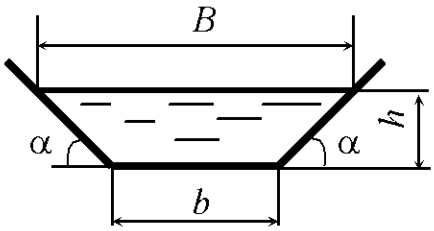


Рис. 7.10

7.9. Определить, изменится ли режим движения воды в напорном трубопроводе диаметром $d = 0{,}5$ м при возрастании температуры воды от 15 до 65 °С, если расход в трубопроводе $Q = 15$ л/мин (рис. 7.4).

7.10. Жидкость движется в прямоугольном лотке с расходом $Q = 0{,}1$ л/с (рис. 7.7). Ширина лотка $b = 0{,}1$ м, глубина наполнения $h = 0{,}3$ м. Определить, при какой температуре будет происходить смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.11. Вода движется под напором в трубопроводе прямоугольного сечения $(a \times b)$. Определить, при каком максимальном расходе сохранится ламинарный режим, если температура воды $t = 30$ °С, $a = 0{,}2$ м, $b = 0{,}3$ м (рис. 7.11).

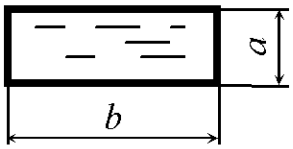


Рис. 7.11

7.12. Жидкость движется в треугольном лотке с глубиной наполнения $h = 0{,}5$ м (рис. 7.8). Ширина лотка по верху $b = 0{,}1$ м. Определить, при каком максимальном расходе Q сохранится ламинарный режим, если кинематический коэффициент вязкости жидкости $v = 10$ сСт.

7.13. Найти минимальный диаметр d безнапорного трубопровода, при котором нефть будет двигаться при ламинарном режиме. Трубопровод заполнен нефтью наполовину сечения (рис. 7.9). Кинематический коэффициент вязкости нефти $v = 0{,}22$ см^2/с, расход нефти в трубопроводе $Q = 5$ л/с.

7.14. Нефть движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая) с глубиной наполнения $h = 0{,}4$ м (рис. 7.10). Ширина потока по верху $B = 1{,}0$ м, по низу $b = 0{,}2$ м. Определить, при каком максимальном расходе Q сохранится ламинарный режим, если кинематический коэффициент вязкости нефти $v = 25$ сСт.

7.15. По трубе диаметром $d = 0{,}1$ м под напором движется вода (рис. 7.4). Определить расход, при котором турбулентный режим сменится ламинарным, если температура воды $t = 25$ °С.

7.16. Жидкость движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая) с расходом $Q = 0{,}01$ л/с (рис. 7.10). Ширина лотка по дну $b = 0{,}4$ м, глубина наполнения $h = 0{,}2$ м, угол наклона боковых стенок лотка к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu = 0{,}002$ Па · с, ее плотность $\rho = 800$ кг/м^3. Определить число Рейнольдса и режим движения жидкости.

7.17. Определить критическую скорость, при которой будет происходить смена режимов движения воды в лотке, имеющем прямоугольную форму поперечного сечения (рис. 7.7). Ширина лотка $b = 0{,}3$ м, глубина наполнения $h = 0{,}2$ м, температура воды $t = 20\ ^{\circ}\text{C}$.

7.18. Жидкость движется в треугольном лотке (рис. 7.8) с расходом $Q = 50$ л/с. Ширина потока $b = 0{,}8$ м, глубина наполнения $h = 0{,}3$ м. Определить, при какой температуре будет происходить смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.19. Жидкость движется в безнапорном трубопроводе (рис. 7.9) с расходом $Q = 22$ м^3/ч. Трубопровод заполнен наполовину сечения. Диаметр трубопровода $d = 80$ мм. Определить, при какой температуре будет происходить смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.20. Вода движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая) с расходом $Q = 0{,}1$ л/с (рис. 7.10). Ширина лотка по дну $b = 0{,}2$ м, глубина наполнения $h = 0{,}1$ м, температура воды $t = 15\ ^{\circ}\text{C}$, угол наклона боковых стенок лотка к горизонту $\alpha = 45^{\circ}$. Определить режим движения жидкости. Произойдет ли смена режимов движения, если температура воды повысится до $t = 80\ ^{\circ}\text{C}$?

7.21. По круглому напорному трубопроводу диаметром $d = 0{,}2$ м движется нефть (рис. 7.4) со скоростью $\upsilon = 0{,}8$ м/с. Определить число Рейнольдса и режим движения нефти, если ее плотность $\rho = 850$ кг/м^3, а динамический коэффициент вязкости $\mu = 0{,}027$ Па·с.

7.22. Жидкость движется в безнапорном трубопроводе (рис. 7.9) с температурой $t = 30\ ^{\circ}\text{C}$. Трубопровод заполнен наполовину сечения. Диаметр трубопровода $d = 50$ мм. Определить, при какой скорости будет происходить смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.23. Определить критическую скорость, при которой будет происходить смена режимов движения жидкости в лотке (рис. 7.10), имеющем

трапецеидальную форму поперечного сечения (трапеция равнобокая). Глубина наполнения $h = 0{,}3$ м, ширина потока по верху $B = 1{,}0$ м, ширина по дну $b = 0{,}4$ м, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 5$ мм^2/с.

7.24. По трубе диаметром $d = 5$ см под напором движется минеральное масло (рис. 7.4). Определить критическую скорость, при которой турбулентный режим сменится ламинарным, если температура жидкости $t = 20$ °С. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.25. Определить критическую скорость, при которой будет происходить смена режимов движения воды в лотке, имеющем треугольную форму поперечного сечения (рис. 7.8). Глубина наполнения $h = 0{,}2$ м, температура воды $t = 20$ °С. Лоток симметричен относительно вертикальной оси. Угол расхождения стенок лотка $\alpha = 90^\circ$.

7.26. Жидкость движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая) (рис. 7.10) со средней по живому сечению скоростью $\upsilon = 2{,}1$ м/с. Ширина лотка по дну $b = 0{,}4$ м, глубина наполнения $h = 0{,}1$ м, угол наклона боковых стенок лотка к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Определить, при какой температуре будет происходить смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рис. 7.5.

7.27. Индустриальное масло движется в безнапорном трубопроводе (рис. 7.9). Трубопровод заполнен наполовину сечения. Диаметр трубопровода $d = 0{,}2$ м, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0{,}5$ см^2/с. Определить расход, при котором произойдет смена режимов движения жидкости.

7.28. Бензин движется под напором в трубопроводе квадратного сечения. Определить, при каком максимальном расходе сохранится ламинарный режим, если сторона квадрата $a = 0{,}15$ м, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0{,}93$ сСт.

7.29. Жидкость (рис. 7.10), имеющая динамический коэффициент вязкости $\mu = 0{,}005$ Па·с, а плотность $\rho = 900$ кг/м^3, движется в трапецеидальном лотке (трапеция равнобокая). Определить критическую скорость, при которой будет происходить смена режимов движения жидкости. Глубина наполнения $h = 0{,}2$ м, ширина лотка по дну $b = 25$ см, угол наклона боковых стенок лотка к горизонту $\alpha = 30^\circ$.

7.30. Вода движется под напором в трубопроводе прямоугольного сечения $(a \times b)$ с расходом $Q = 1$ л/с. Определить число Рейнольдса и режим движения жидкости, если температура воды $t = 40$ °С, $a = 0{,}4$ м, $b = 0{,}5$ м (рис. 7.11).

7.31. В гидроприводе допускаемые скорости движения рабочей жидкости изменяются от 1,2 до 10 м/с. Определить диапазон изменения числа Рейнольдса при условии: рабочая жидкость – масло индустриальное 20, внутренний диаметр трубопровода $d = 10$ мм, диапазон изменения рабочих температур от –15 до +55 °С.

7.32. Как изменится число Рейнольдса при переходе трубопровода от меньшего диаметра к бóльшему и при сохранении постоянного расхода?

7.33. По трубопроводу диаметром $d = 100$ мм транспортируется нефть. Определить критическую скорость, соответствующую переходу от ламинарного режима движения к турбулентному, легкой ($\nu = 0{,}25$ Ст) и тяжелой ($\nu = 1{,}40$ Ст) нефти.

7.34. Для осветления сточных вод используют горизонтальный отстойник, представляющий собой удлиненный прямоугольный в плане резервуар. Глубина $h = 2{,}6$ м, ширина $b = 5{,}9$ м. Температура воды 20 °С. Определить среднюю скорость и режим движения сточной жидкости, если ее расход $Q = 0{,}08$ м^3/с, а коэффициент кинематической вязкости $\nu = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ м^2/с. При какой скорости движения жидкости в отстойнике будет наблюдаться ламинарный режим движения жидкости?

7.35. Конденсатор паровой турбины оборудован 8186 трубками диаметром $d = 2{,}5$ см. Через трубки пропускается охлаждающая вода при $t = 10$ °С. Будет ли при расходе воды 13600 м^3/с обеспечен турбулентный режим движения в трубках?

7.36. В водоснабжении применяются трубы диаметром от 12 до 3500 мм. Расчетные скорости движения воды в них $\upsilon = 0{,}5...4{,}0$ м/с. Определить минимальное и максимальное значения чисел Рейнольдса и режим движения в этих трубопроводах, если температура изменяется от 0 до 30 °С.

7.37. Определить число Рейнольдса и режим движения сточных вод ($\nu = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ м^2/с) в трубе диаметром $d = 300$ мм при заполнении ее наполовину сечения, если расход $Q = 0{,}05$ м^3/с.

7.38. Определить критическую скорость, при которой происходит переход от ламинарного режима движения к турбулентному, в трубопро-

воде диаметром $d = 0{,}03$ м при движении воды ($\nu = 0{,}9 \cdot 10^{-6}$ м^2/с), воздуха ($\nu = 16{,}15 \cdot 10^{-6}$ м^2/с) и глицерина ($\nu = 4{,}1 \cdot 10^{-4}$ м^2/с).

7.39. Под давлением смазка протекает по каналам круглого сечения диаметром d и квадратного со стороной a. Определить, в каком канале число Рейнольдса будет иметь большее значение, если расход одинаков, $d = a$.

7.40. Смазка протекает через кольцевидную щель (рис. 7.12). Определить гидравлический радиус при условии $D = 50$ мм, $d = 48$ мм.

7.41. Канализационная труба диаметром d заполнена на 3/4 ее сечения. Определить гидравлический радиус.

7.42. Определить число Рейнольдса и режим движения горячей воды ($t = 80$ °С) в пробковом кране, проходное сечение которого при частичном открытии изображено на рис. 7.13, если $l = 20$ мм, $r = 3$ мм, $b = r$, расход воды 0,2 л/с.

7.43. Определить число Рейнольдса и режим движения воды при $t = 20$ °С в смесителе, проходное сечение которого диаметром $d = 10$ мм открыто наполовину, расход воды $Q = 0{,}1$ л/с (рис. 7.14).

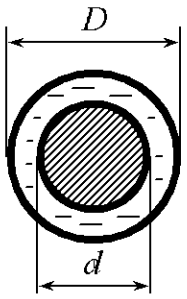


Рис. 7.12

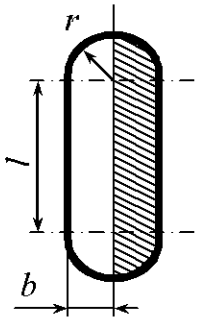


Рис. 7.13

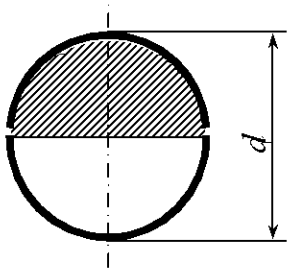


Рис. 7.14

7.44. Определить число Рейнольдса и режим движения воды при $t = 10$ °С в трубе, поперечное сечение которой изображено на рис. 7.15, если $b = 0{,}6$ м, $\alpha = 60^\circ$, скорость движения воды $\upsilon = 1{,}2$ м/с.

7.45. Определить гидравлический радиус живого сечения напорного потока, протекающего через щель. Форма потока изображена на рис. 7.16.

7.46. Определить гидравлический радиус, если простая задвижка на трубе круглого сечения d частично закрыта, $\frac{a}{d} = 0{,}5$ (рис. 7.17).

7.47. Определить гидравлический радиус живого сечения напорного потока через щель в гидроаппарате. Форма щели представлена на рис. 7.18.

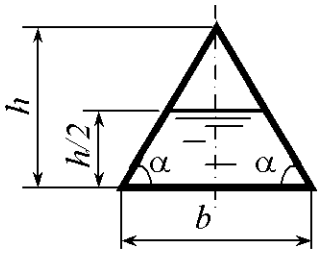


Рис. 7.15

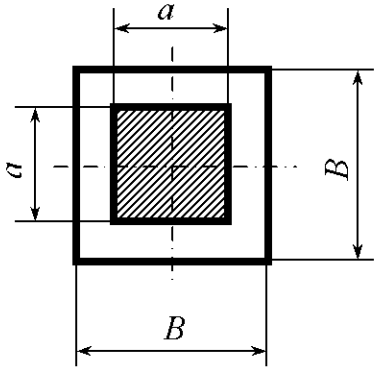


Рис. 7.16

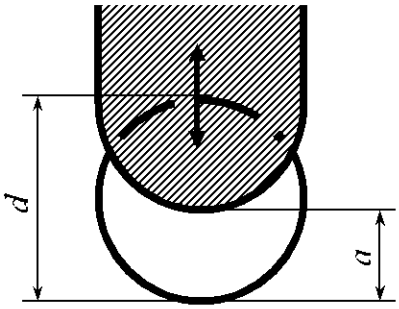


Рис. 7.17

7.48. В аэродинамической трубе (рис. 7.19) диаметром d в движущемся потоке воздуха осуществляют исследования аппарата эллиптического поперечного сечения. Определить гидравлический радиус живого сечения потока.

7.49. В опытовом бассейне (рис. 7.20) шириной B и глубиной H осуществляют исследования в движущемся потоке воды понтона шириной b и осадкой t. Определить гидравлический радиус живого сечения потока.

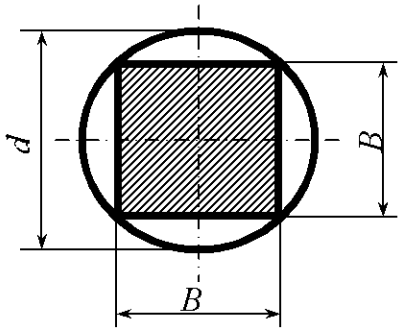


Рис. 7.18

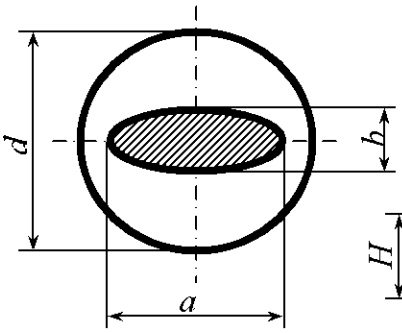


Рис. 7.19

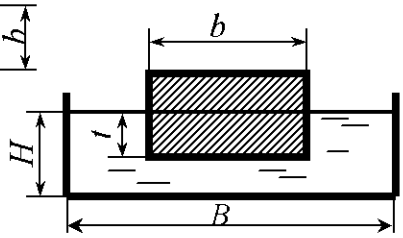


Рис. 7.20

7.50. Построить эпюру скоростей и касательных напряжений в сечении трубы диаметром $d = 50$ мм, если расход потока $Q = 100$ см^3/с, а температура воды $t = 8$ °С.

7.51. Определить максимальную и среднюю в сечении скорости, построить эпюру скоростей потока нефти в трубе диаметром $d = 400$ мм, если расход потока $Q = 15$ л/с, коэффициент кинематической вязкости $\nu = 0{,}29$ см^2/с.

7.52. Построить эпюру осредненных скоростей в сечении трубы, по которой протекает поток воды с расходом $Q = 60$ л/с, если диаметр трубы $d = 400$ мм, температура воды $t = 5$ °С, гидравлический коэффициент трения $\lambda = 0{,}028$.

7.53. Радиатор системы охлаждения двигателя внутреннего сгорания состоит из пучка трубок диаметром 8 мм, по которым протекает вода при температуре $t = 90$ °С. Определить минимальную допустимую среднюю скорость движения воды в трубках при условии, что режим движения должен быть турбулентным.

7.54. В трубопроводе диаметром $d = 300$ мм поставлена диафрагма с отношением площадей 1:5. Расход нефти по трубопроводу $Q = 70$ л/с при вязкости $\nu = 1$ Ст. Определить режим движения нефти через диафрагму.

7.55. По трубопроводу диаметром $d = 200$ мм перекачивается мазут с расходом $Q = 100$ л/с, кинематическая вязкость которого постепенно увеличивается вследствие остывания. Определить, при каком значении вязкости число Рейнольдса будет равно критическому.

7.56. Построить эпюру осредненных скоростей в сечении трубы, по которой протекает поток бензина с расходом $Q = 60$ л/с, если диаметр трубы $d = 350$ мм, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0{,}0093$ Ст. Гидравлический коэффициент трения $\lambda = 0{,}03$.

7.57. Построить эпюру скоростей и касательных напряжений в сечении трубы диаметром $d = 60$ мм, если расход потока $Q = 120$ см^3/с, а кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0{,}03$ Ст.

7.58. Определить максимальную и среднюю в сечении скорости, построить эпюру скоростей потока мазута ($\nu = 20{,}0$ Ст) в трубе диаметром $d = 300$ мм, если расход $Q = 20$ л/с.

7.59. Движущаяся в прямоугольном лотке вода покрыта льдом (рис. 7.21). Определить, при каком максимальном расходе Q сохраняется ламинарный режим, если температура воды $t = 1$ °С, размеры потока $b = 1{,}0$ м, $H = 0{,}2$ м.

7.60. При определении гидродинамических характеристик бревно обтекается потоком воды в прямоугольном лотке (рис. 7.22). Определить гидравлический радиус при условии $H = 0{,}5$ м, $b = 1{,}0$ м, $d = 0{,}2$ м, $t = 0{,}16$ м.

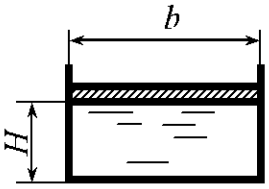


Рис. 7.21

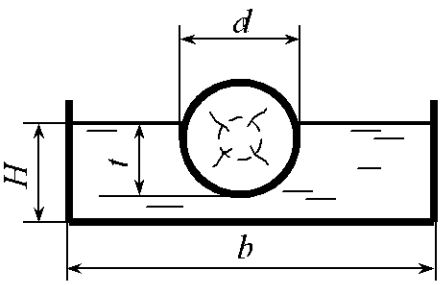


Рис. 7.22